

3.1 Типовые расчеты на прочность элементов изделия

Прочность – способность материала конструкции сопротивляться действию внешних сил, не разрушаясь.

Расчеты на прочность дают возможность определить размеры и форму деталей, выдерживающих заданную нагрузку, при наименьшей затрате материала.

Расчеты в зависимости от требования обстоятельств и их места в процессе проектирования делятся на *проектные* и *проверочные*.

1) **Проектный расчет** применяются для определения исходных данных для установления размеров узлов и деталей несложной конфигурации. По заданным нагрузкам, допускаемым напряжениям определяются размеры опасного сечения.

2) **Проверочный расчет** выполняют по основным критериям работоспособности, т.е. определяют рабочие (фактические) напряжения и сравнивают с допускаемым. Если сечение детали не соответствует критериям прочности, меняют ее размеры или конфигурацию и повторяют расчет.

Имеется ряд конструктивных приемов, которые позволяют увеличить прочность изделий:

- применение рациональной силовой схемы;
- замена изгиба и кручения растяжением - сжатием;
- уменьшение консолей и рациональное размещение опор;
- придание расчетным сечениям рациональной формы;
- введение конструктивных связей между элементами конструкции;
- выполнение рационального оребрения.

К технологическим приемам увеличения прочности можно отнести закалку, поверхностное пластическое деформирование и др.

На практике в большинстве случаев приходится иметь дело с конструкциями сложной формы, но их можно представить себе состоящими из отдельных простых элементов: брусьев, пластин, оболочек и массивов.

Как правило, основным расчетным элементом является брус – тело поперечные размеры которого малы по сравнению с длиной. В зависимости от назначения в конструкции брусья называются колоннами, балками, стержнями.

Плоское сечение, перпендикулярное оси бруса называется поперечным, параллельное оси бруса – продольным.

В процессе работы машин их узлы и детали воспринимают и передают друг другу различные нагрузки т.е. силовые воздействия, вызывающие:

- деформации узлов и деталей,
- возникновение внутренних усилий, препятствующих деформации (внутренние силы молекулярного взаимодействия).

В зависимости от характера действия нагрузки подразделяют на статические и динамические.

Статическими называют нагрузки, числовое значение, направление и место приложения которых остаются постоянными или меняются медленно и незначительно.

Динамическими называют нагрузки, характеризующиеся быстрым изменением во времени значения, направления или места приложения.

В процессе эксплуатации элементы конструкции испытывают следующие основные виды деформации:

- 1) **Растяжение** (канаты, тросы, цепи, штоки, болты);
- 2) **Сжатие** (кирпичная кладка, штоки, колонны);
- 3) **Сдвиг** (заклепки, болты, шпонки, швы сварных соединений).

Деформацию сдвига, доведенную до разрушения материала называют **срезом**.

- 4) **Кручение** (валы);
- 5) **Изгиб** (балки, оси, зубья зубчатых колес).

*Для расчета деталей машин на прочность необходимо знать внутренние силы, возникающие в результате действия приложенных к деталям внешних сил, для этого применяют **метод сечений**: тело мысленно*

разрезается плоскостью на две части, любая из которых отбрасывается и взамен нее к сечению оставшейся части прикладываются внутренние силы, действовавшие до разреза; оставленная часть рассматривается как самостоятельное тело, находящееся в равновесии под действием внешних и приложенных к сечению внутренних сил.

Если внешние силы, действующие на брус, не лежат в одной плоскости (пространственная система сил), то в поперечном сечении бруса возникает шесть внутренних силовых факторов:

N – продольная сила;

Q_x, Q_y – поперечные силы;

M_k – крутящий момент;

$M_{i,x}, M_{i,y}$ – изгибающие моменты.

При разных деформациях в поперечном сечении будут возникать различные внутренние силовые факторы, **возможны разные частные случаи**.

Интенсивность внутренних сил, действующих в сечении характеризует **напряжение**.

Напряжение – внутренняя сила, отнесенная к единице площади сечения. *Векторная величина.*

Единица напряжения: $N/m^2 = Па$. Более крупная кратная единица МПа.

Произвольный вектор напряжения можно разложить на две составляющие:

σ – нормальные напряжения;

τ – касательные напряжения (лежат в плоскости сечения).

3.1.1 Расчет на растяжение–сжатие

Тела, работающие на растяжение-сжатие называются стержнями.

Растяжением и сжатием называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении бруса (стержня) возникает только продольная сила.

При растяжении – сжатии в поперечных сечениях бруса возникают только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению.

Растягивающие силы будем считать положительными, а сжимающие – отрицательными.

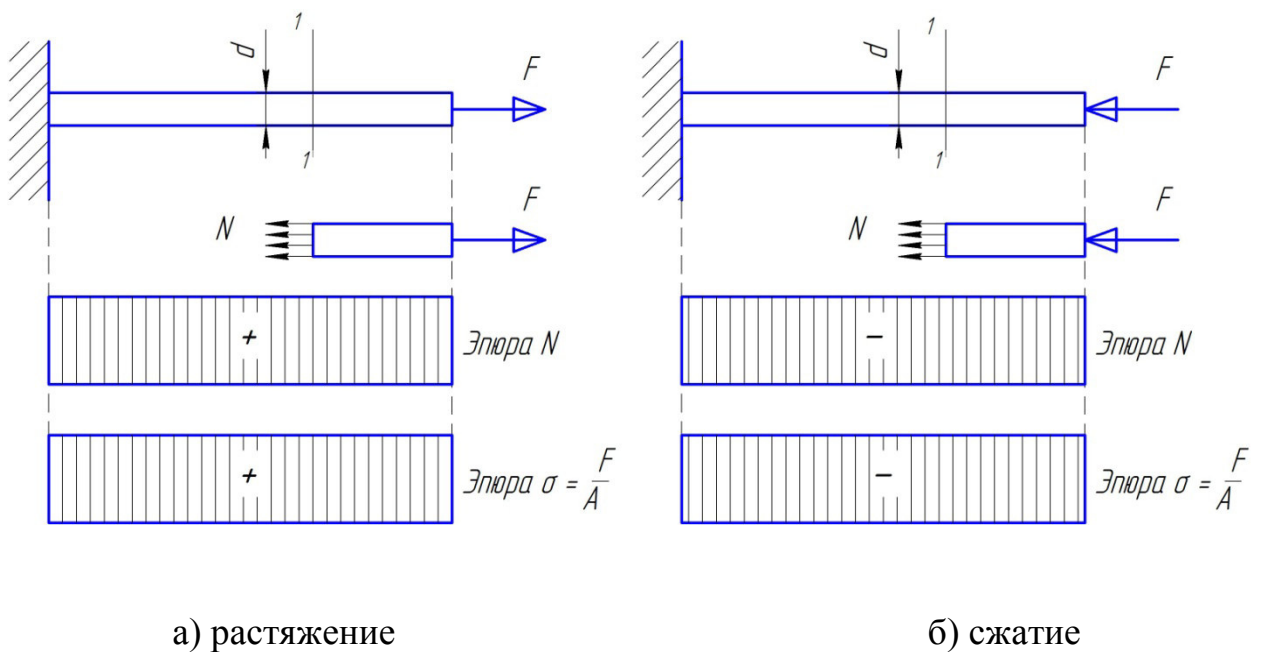


Рисунок 1 – Расчетная схема

Рассмотрим невесомый, защемленный левым концом прямой брус, вдоль оси которого действует силы F . Применив метод сечений, определим продольную внутреннюю силу N . Рассечем брус сечением 1-1. Во всех точках бруса будут действовать внутренние распределенные силы, равнодействующая которых определится из условий равновесия одной из частей бруса.

$$\sum X = 0; F - N = 0 \text{ откуда } N = F.$$

Для расчета на прочность особый интерес представляют те сечения бруса, в которых напряжение по абсолютной величине является максимальным.

Условие прочности при растяжении (сжатии) имеет вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

где N – внутренняя продольная сила;

A – площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение при растяжении-сжатии.

Очевидно, что при растяжении-сжатии форма сечения не влияет на напряжения.

Для обеспечения прочности деталей необходимо, чтобы возникающие в них напряжения были меньше предельных (предел текучести).

Отношение предельного напряжения $\sigma_{пред}$ к напряжению, возникающему в процессе работы детали σ , называют **коэффициентом запаса прочности s** .

$$s = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma}.$$

Минимально необходимый коэффициент запаса прочности называют допускаемым и обозначают $[s]$. Зависит от качества материала, от точности представления о нагрузках, ответственности нагрузки.

Для пластичных материалов $[s] = 1,2 \dots 2,5$, для хрупких $[s] = 2 \dots 5$.

Отношение предельного напряжения $\sigma_{пред}$ к допускаемому запасу прочности $[s]$ называется допускаемым напряжением:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[s]}.$$

Таким образом, условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] \text{ либо } s \geq [s].$$

Допускаемые напряжения при растяжении-сжатии

Ст.3 $[\sigma] = 125$ МПа

Сталь 45 $[\sigma] = 200$ МПа

Сталь 40 X $[\sigma] = 380$ МПа

Диаметр круглого стержня при *проектном расчете* определяют диаметр

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot d^2} \leq [\sigma] \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot [\sigma]}}.$$

3.1.2 Расчет на смятие

На смятие рассчитывают крепежные детали и соединительные элементы частей машин (заклепки, болты, шпонки, сварные швы). Эти детали или не являются стержнями вообще, или длина их имеет тот же порядок, что и поперечные размеры.

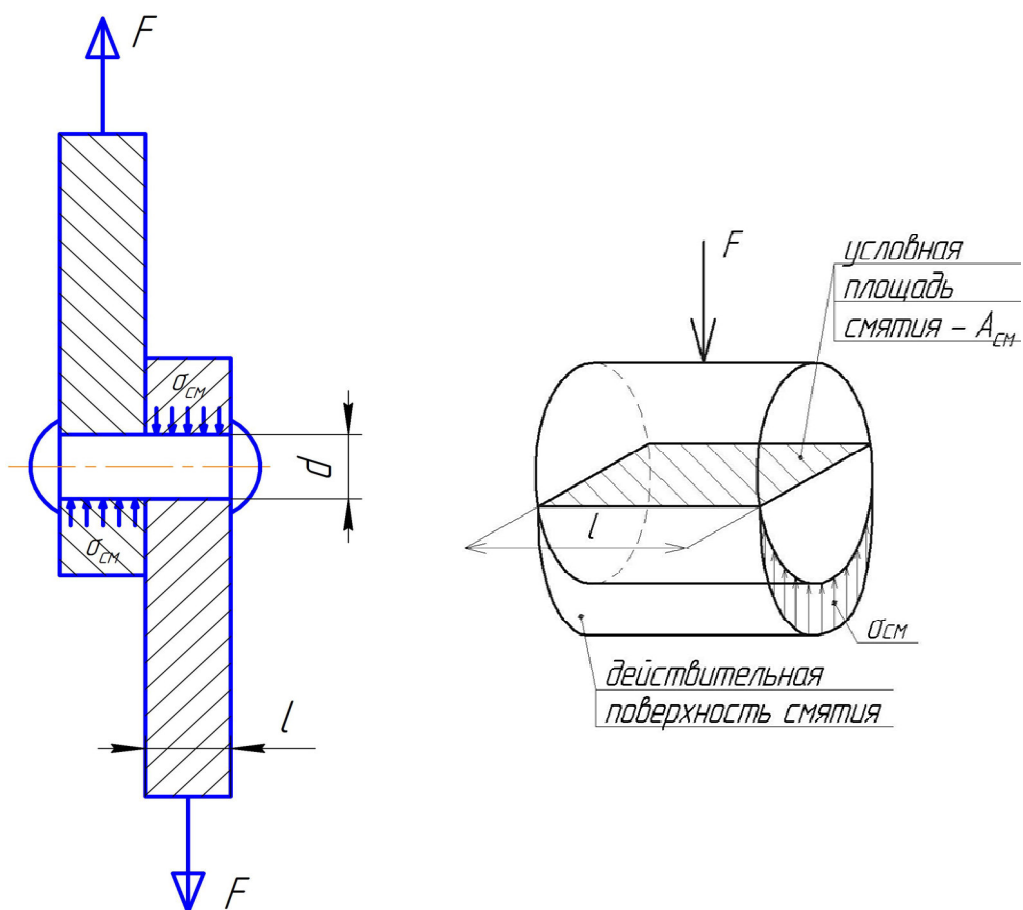


Рисунок 2 – Расчетная схема

Условие отсутствия смятия имеет вид:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{A_{cm}} \leq [\sigma_{cm}],$$

где F – сила взаимодействия между деталями;

A_{cm} – площадь контакта;

$[\sigma_{cm}]$ – допускаемое напряжение на смятие;

Если соприкасающиеся детали сделаны из разных материалов, то на смятие проверяют более мягкий.

При контакте деталей по цилиндрической поверхности, закон распределения напряжений смятия по поверхности контакта сложен, поэтому при расчете на смятие цилиндрических деталей в расчетную формулу подставляем не площадь боковой поверхности полуцилиндра, по которой происходит контакт, а значительно меньшую площадь диаметрального сечения, тогда

$$A_{см} = d \cdot l,$$

где $A_{см}$ – условная площадь смятия, м²;

d – диаметр;

l – толщина соединяемых деталей, м.

Ст.3 [$\sigma_{см}$] = 190 МПа

Сталь 45 [$\sigma_{см}$] = 300 МПа

Сталь 40 Х [$\sigma_{см}$] = 350 МПа

Сталь 30 ХГТ [$\sigma_{см}$] = 640 МПа

Сталь 30 ХГСА [$\sigma_{см}$] = 550 МПа

3.1.3 Расчет на сдвиг (срез)

Сдвигом называют такой вид деформации, при которой в любом поперечном сечении бруса возникает только поперечная сила.

Деформация сдвига, доведенная до разрушения материала называется срезом.

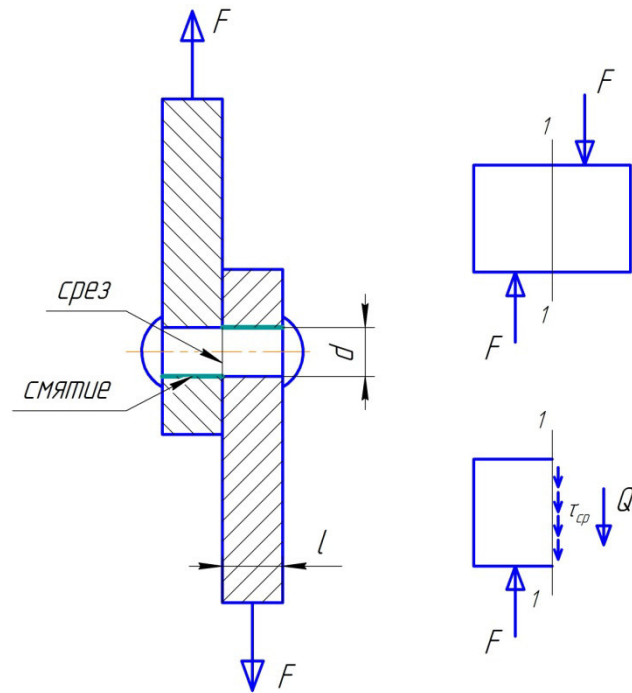


Рисунок 3 – Расчетная схема

Рассмотрим брус.

$$\Sigma Y = 0; F - Q = 0.$$

$$F = Q.$$

Условие прочности при сдвиге (срезе) имеет вид:

$$\tau_{ср} = \frac{Q}{A} \leq [\tau_{ср}],$$

где Q – поперечная сила;

A – площадь среза;

$[\tau_{ср}]$ – допускаемые напряжения на срез.

Расчетная формула при сдвиге для детали круглого сечения:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{\left[\left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot d^2 \cdot i \right]} \leq [\tau_{cp}],$$

где Q – поперечная сила, Н;

d – диаметр детали, м;

i – число плоскостей среза.

Допускаемые напряжения на срез выбирают для пластичных материалов в зависимости от предела текучести $[\tau_{cp}] = (0,25 \dots 0,35) \sigma_m$.

Ст.3 $[\tau_{cp}] = 70$ МПа

Сталь 45 $[\tau_{cp}] = 125$ МПа

Сталь 40 Х $[\tau_{cp}] = 175$ МПа

Сталь 30 ХГТ $[\tau_{cp}] = 260$ МПа

Сталь 30 ХГСА $[\tau_{cp}] = 220$ МПа

2.1.4 Расчет на кручение

Кручением называют такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении бруса возникает только крутящий момент.

Крутящий момент – результирующий момент относительно оси бруса внутренних касательных сил, действующих в поперечном сечении.

При кручении в поперечном сечении возникают только касательные внутренние силы.

Для наглядного изображения распределения крутящих моментов вдоль оси бруса и определения опасного сечения строят эпюры крутящих моментов. Крутящий момент в сечениях бруса определяется с помощью метода сечений.

Крутящий момент в любом поперечном сечении численно равен алгебраической сумме внешних моментов, приложенных к брусу справа или слева от сечения.

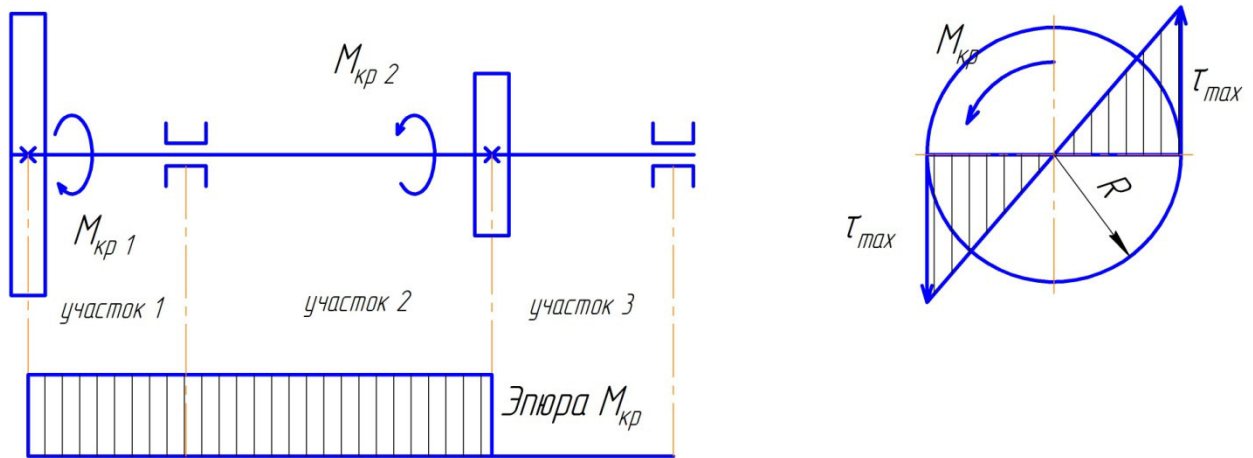


Рисунок 4 – Расчетная схема

Разбиваем вал на участки. Если брус имеет постоянное поперечное сечение, то опасным будет сечение с наибольшим моментом.

Рассмотрим поперечное сечение вала, эпюра распределения напряжений вдоль радиуса сечения имеет вид треугольника.

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau],$$

где τ_{\max} – максимальное значение касательных напряжений;

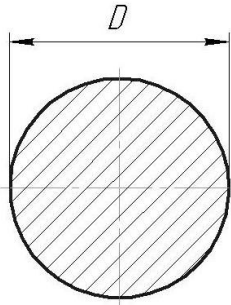
$M_{кр}$ – крутящий момент;

W_p – момент сопротивления кручению;

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение.

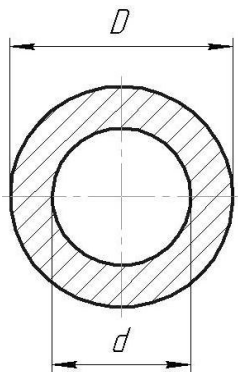
Момент сопротивления кручению определяется:

- для круглого сечения



$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \approx 0,2 \cdot D^3.$$

- для кольца



$$W_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D} \approx \frac{0,2 \cdot (D^4 - d^4)}{D}.$$

Допускаемое напряжение при кручении выбирают в зависимости от допускаемого напряжения при растяжении, а именно для сталей

$$[\tau_k] = (0,55 \dots 0,60) [\sigma_p]$$

Ст.3 $[\tau_k] = 95$ МПа

Сталь 45 $[\tau_k] = 150$ МПа

Сталь 40 Х $[\tau_k] = 200$ МПа

Сталь 30 ХГТ $[\tau_k] = 320$ МПа

Сталь 30 ХГСА $[\tau_k] = 280$ МПа

2.1.5 Расчет на изгиб

На изгиб работают балки, оси, валы и другие детали. Рассматриваем прямой изгиб – деформация происходит в плоскости действия сил.

Волокна, лежащие на выпуклой стороне, растягиваются, на вогнутой стороне – сжимаются, а на границе между ними лежит нейтральный слой волокон, которые только искривляются не меняя своей длины. В нейтральном слое нормальные напряжения равны нулю.

Изгибающий момент в сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения всех внешних сил, действующих справа или слева от сечения.

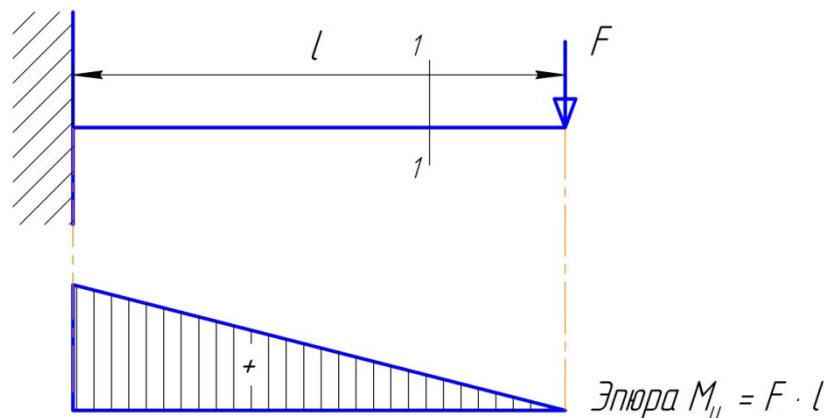


Рисунок 5 – Расчетная схема

Условие прочности при изгибе имеет вид:

$$\sigma = \frac{M_u}{W} \leq [\sigma],$$

где M_u – изгибающий момент;

W – момент сопротивления изгибу;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Момент сопротивления изгибу определяется:

-для круглого сечения

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3.$$

- для кольцевого сечения

$$W = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} \approx \frac{0,1 \cdot (D^4 - d^4)}{D}.$$

- для прямоугольника

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}.$$

Допускаемые напряжения при изгибе:

Ст.3 $[\sigma] = 150$ МПа

Сталь 45 $[\sigma] = 240$ МПа

Сталь 40 X $[\sigma] = 450$ МПа