

Искажение линий и площадей в проекции Гаусса-Крюгера [14]

Если план составлен на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера, то длины линий и значения площадей участков, измеренных на плане или вычисленных по координатам точек, всегда больше соответствующих горизонтальных проложений этих же линий и площадей на местности [14].

Таким образом, масштаб изображений линий на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера всегда крупнее того масштаба, который принят для составления плана, при этом укрупнение масштаба тем больше, чем дальше линия или участок расположены от осевого меридиана зоны.

Известно, что линия, измеренная на местности, при перенесении (редуцировании) ее на плоскость проекции Гаусса-Крюгера, должна быть увеличена, т.е.

$$S_r = S + \frac{I}{2} S \left(\frac{y}{R} \right)^2 \quad (1.33)$$

где S – горизонтальное проложение линии местности; y – ордината (расстояние от осевого меридиана) середины этой линии; R – средний радиус кривизны земного сфероида, который можно принять равным 6370 км.

Величину $\frac{I}{2} \left(\frac{y}{R} \right)^2$ называют относительным **искажением линии**.

Значение ординаты на краю шестиградусной зоны в средних широтах приблизительно равно 200 км (для широты 53^0), а в южных широтах (40^0) эта величина превышает 250 км.

При $y = 200$ км величина искажения линии равна $\frac{I}{2} \left(\frac{200}{6370} \right)^2 \approx \frac{I}{2000}$.

Следовательно, если по плану или вычислением по координатам в проекции Гаусса-Крюгера получено горизонтальное проложение линии длиной в 1000 м, то на местности оно будет короче на 0,5 м. По мере приближения к осевому меридиану относительное искажение её будет уменьшаться пропорционально квадрату расстояния от осевого меридиана и даже при $y = 100$ км оно приблизительно равно $1/8000$.

Таким образом, искажением линий в проекции Гаусса-Крюгера в ряде случаев можно пренебречь. Однако на краю шестиградусной зоны его следует учитывать, особенно, если значение линии требуется знать с повышенной точностью.

Искажение линий вызывает соответственно и искажение площадей участков (землепользований, контуров угодий).

Проекция Гаусса-Крюгера – равноугольная (конформная), поэтому для небольшого участка (практически в несколько тысяч или даже десятков тысяч гектар) его изображение в проекции Гаусса-Крюгера можно считать подобным горизонтальному проложению на местности.

Тогда значение площади этого участка на местности P и полученное по плану в проекции Гаусса-Крюгера P_r будут относиться как квадраты сходственных сторон, т.е. $\frac{P}{P_r} = \frac{S^2}{S_r^2}$, или на основании формулы (1.33)

$$\frac{P}{P_r} = \frac{1}{\left(1 + \frac{y^2}{2R^2} \right)^2} \quad (1.34)$$

Умножая числитель и знаменатель правой части на $\left(1 - \frac{y^2}{2R^2}\right)^2$ и пренебрегая малыми величинами порядка $y^4/4R^4$ и меньше, получим

$$P = P_{\Gamma} - P_{\Gamma} \left(\frac{y}{R}\right)^2,$$

где $(y/R)^2$ – относительное искажение площади, которое в два раза больше относительного искажения линии.

Если $y=200$ км, когда относительное искажение площади равно 1/1000, то площадь в 1000 га, полученную по плану или вычисленную по координатам в проекции Гаусса-Крюгера, надо уменьшить на 1 га.

Из примера видно, что для небольших площадей поправку на искажение можно не учитывать, а для больших площадей её следует учитывать только на краю шестиградусных зон.

Деформация бумаги и её учет при работе с планом [14]

При определении площадей по плану графическим или механическим способом учитывают деформацию бумаги [14]. Величина деформации характеризуется коэффициентами деформации, определяемыми в двух взаимно перпендикулярных направлениях по формуле

$$q = \frac{l_0 - l}{l_0}, \quad (1.35)$$

где l_0 – теоретическая длина линии, значащаяся на плане (например, длина сторон нескольких квадратов координатной сетки); l – результат измерения этой линии по плану.

Коэффициент деформации бывает различен: 1:400, 1:200, 1:100 и даже 1:50. Величина его зависит от сорта бумаги, условий хранения плана, времени, которое прошло со времени составления плана, и пр.

Бумага, наклеенная на алюминий или высокосортную фанеру, практически не деформируется, а бумага, наклеенная на полотно, деформируется сильнее, чем не наклеенная.

Копии с планшетов, отпечатанные на машине, деформируются во время печатания, причем в направлении движения бумага растягивается, а в поперечном направлении сжимается. Через некоторое время деформация бумаги несколько уменьшается, но все же остается значительной.

В связи с необходимостью учета деформации бумаги приходится в линии, определенные по плану вводить поправки. Пусть l – результат измерения линии на деформировавшемся плане. Требуется определить соответствующее ей горизонтальное проложение на местности l_0 , т.е. ввести поправку на деформацию бумаги.

На основании формулы (1.35) напишем

$$l_0 = \frac{l}{1 - q}.$$

Умножив числитель и знаменатель на $(1 + q)$ и не учитывая по малости величину q^2 , получим

$$l_0 = l + l \cdot q, \quad (1.36)$$

где lq – поправка к линии l , обусловленная деформацией бумаги.

Если поправка в линию меньше точности масштаба, то её не вводят в результат измерения линии по плану.

По линиям, исправленным на деформацию бумаги, вычисляют площади фигур. Однако, значительно проще вычислять поправки в площади фигур, определенные по результатам измерений линий на деформировавшемся плане.

Пусть по неисправленным на деформацию результатам измерений на плане основания l и высоты h получена площадь

$$P = \frac{l}{2} \cdot l \cdot h. \quad (1.37)$$

Значение площади P_0 , исправленное на деформацию бумаги, будет

$$P_0 = \frac{l}{2} \cdot l_0 \cdot h_0. \quad (1.38)$$

Согласно (1.36) напишем

$$P_0 = \frac{l}{2} \cdot (l + l \cdot q) \cdot (h + h \cdot q) = \frac{l}{2} \cdot l \cdot h \cdot (1 + q)^2. \quad (1.39)$$

Учтя (1.37) и отбросив по малости q^2 , получим

$$P_0 = P + 2 \cdot P \cdot q. \quad (1.40)$$

Эта формула справедлива для фигур любой формы.

Если в двух взаимно перпендикулярных направлениях (вдоль осей координат) коэффициенты деформации неодинаковы, то можно вычислить

среднее значение коэффициента деформации, которым можно пользоваться, применяя формулу (1.40). При пользовании формулой (1.36) средний коэффициент деформации можно принимать, если q_x и q_y отличаются один от другого не более 20%, в противном случае коэффициент деформации определяют в направлении, параллельном линии, в которую надо ввести поправку [14].

Вычисление площадей после корректировки плана [14]

После корректировки плана производится уточнение сведений о площадях землепользований и сельскохозяйственных угодий. В этих целях используют:

1. имеющиеся ведомости вычисления площадей контуров;
2. кальки контуров с нумерацией их и надписями площадей;
3. откорректированный план землепользования;
4. кальки контуров, составленные в процессе корректировки.

Работу начинают с тщательной сверки происшедших изменений контуров ситуации путем сличения кальки контуров с нанесенными результатами корректировки, с калькой контуров, составленной при вычислении площадей до корректировки. Затем *составляют новую кальку* контуров, на которой появившиеся контуры и условные знаки показывают красной тушью, а исчезнувшие зачеркиваются красными крестиками.

На контурах, не подвергшихся изменениям, выписывают прежние номера (в числителе) и площади (в знаменателе), в соответствии с прежними кальками и ведомостями вычислений площадей.

На контурах, полностью перешедших в другой вид угодья, без изменения формы и размеров, также выписывают прежний номер контура и его площадь, а в старой ведомости вычисления площадей красной тушью исправляют название угодья.

Если часть прежнего контура присоединена к смежному угодью другого вида или весь прежний контур перестал существовать, и присоединен полностью или частями к смежным угодьям, то за всеми частями этого контура сохраняется старый номер с припиской в скобках для каждой части номера того контура, к которому прежний контур присоединен.

Если в группе смежных контуров произошли изменения и формы, и размеров, вследствие присоединения частей этих контуров к другим видам угодий, то за оставшимися частями сохраняются их прежние номера, а за частями контуров, перешедшими в другие виды угодий, также сохраняют-

ся прежние номера, но с припиской в скобках номера того контура, к которому прежний контур присоединен. Определяются площади всех частей с записью номеров в новую ведомость вычисления площадей. Сумму площадей всех частей контуров увязывают в сумме площадей прежних контуров этой группы.

Если корректировкой выявлено изменение большого числа контуров угодий, то устанавливают границы секции, в которой произошли большие изменения. Затем перенумеровывают новые контуры, оставив прежние номера за не изменившимися контурами. Определяют площади новых контуров с записью в новую ведомость вычисления площадей и увязывают их с площадью секции, оставив площади не изменившихся контуров без изменений. Площадь секции при этом не определяют, а принимают сумму площадей прежних контуров, входящих в эту секцию.

Допустимость невязки в сумме площадей частей контура, определенных планиметром, или в сумме площадей контуров в пределах секции, вычисляют по формуле

$$f_{p_{\text{дон}}} = p\sqrt{n} + 0.06 \frac{M}{10000} \sqrt{P}, \quad (1.41)$$

а при вычислении площадей палетками

$$f_{p_{\text{дон}}} = 0.01 \frac{M}{10000} \sqrt{P}, \quad (1.42)$$

где p – цена деления планиметра;

n – число контуров;

M – знаменатель численного масштаба плана;

P – общая площадь, га.

Практика показывает, что описанное частичное вычисление площадей контуров после корректировки целесообразно лишь в случае, если изменения в ситуации произошли не более чем на 30%. При больших изменениях выгоднее производить новое вычисление площадей, и в площади не изменившихся контуров не вводить поправки при увязке площадей.