

Геодезические системы координат

Исходя из классического определения в геодезической системе координат положение точки определяется широтой B и долготой L и высотой H над принятым общеземным или референцным эллипсоидом,.

Геодезическая широта определяется как угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида с плоскостью его экватора. Геодезическая долгота - это двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана данной точки.

Такая эллипсоидальная система координат применяется при обработке наземных геодезических измерений. В космической геодезии при создании спутниковых геодезических сетей, которые являются пространственными и физически не связаны с какой-либо отсчетной поверхностью, более удобна система пространственных прямоугольных координат X, Y, Z . Преобразование эллипсоидальных геодезических координат в прямоугольные осуществляется по уточненным формулам (2):

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L ; \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L ; \\ Z &= \frac{b^2}{a^2} (N + H) \sin B , \end{aligned} \quad (3)$$

где N - радиус кривизны первого вертикала. a и b - соответственно большая и малая полуоси референц-эллипсоида (рис. 6).

Переход от X, Y, Z к B, L, H неизбежно связан с итерациями при вычислении широты B и высоты H . Удобные для вычисления на ЭВМ формулы можно получить из выражения (3):

$$\begin{aligned} \tan L &= \frac{Y}{X} ; \\ \tan B &= c + d \tan B , \\ \text{где } c &= \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} , d = \frac{Ne^2}{N+H} . \end{aligned} \quad (4)$$

Формулы (4) позволяют организовать цикл приближений. Для первого приближения принимается $\tan B = c$.

Для второго и последующих приближений по значению B из предыдущего приближения вычисляют значения:

$$\begin{aligned} H &= \frac{\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \sec B}{a} - N ; \\ N &= \frac{a^2}{\sqrt{1 - e^2 (\sin B)^2}} . \end{aligned}$$

После чего повторяют вычисления B по формуле (4). Процесс приближений заканчивается при пренебрежимо малом расхождении ΔB из двух последних приближений. Практически для достижения расхождения $\Delta B = 0,03''$ во всех случаях достаточно трех приближений.

И эллипсоидальная и пространственная прямоугольные системы координат являются геодезическими по определению, несмотря на различия между ними.

При обработке континентальных и региональных геодезических сетей используются различные геодезические координатные системы. Сведения о некоторых геодезических системах приведены в таблице 4.

Таблица 4

Референц-эллипсоид	Год вычисления	Большая полуось a , м	Сжатие α	Страны, использующие референц-эллипсоид
Бесселя	1841	6 377 397	1:299,2	Европы, Азии
Эйри	1849	6 377 563	1:299,3	Великобритания, Ирландия
Деламбра	1810	6 376 428	1:311,5	Бельгия
Датский		6 377 104	1:300,0	Дания, Исландия
Плессиса		6 376 523	1:308,6	Франция
Струве		6 378 298	1:294,7	Испания
Хейфорда	1909	6 378 388	1:297,0	Европы, Азии, Южной Америки, Антарктида
Эвереста	1830	6 377 276	1:300,8	Индия, Пакистан, Непал, Шри Ланка
Кларка	1858	6 378 293	1:294,3	Австралия, Ирландия
Кларка	1866	6 378 206	1:295,0	Северной и Центральной Америки
Кларка	1880	6 378 249	1:293,5	Африки, Барбадос, Ямайка, Израиль, Иордания, Иран

Красовского (СК-42)	1940	6 378 245	1:293,8	Страны Восточной Европы и Средней Азии, Антарктида
Австралийский	1984	6 378 160	1:298,2	Австралия, Папуа-Новая Гвинея

Каждая из референчных систем имеет свой исходный пункт, на котором осуществлено «внешнее» ориентирование «своего» референц-эллипсоида. Сведения о исходных пунктах основных эллипсоидов приведены в таблице 5 [2].

Таблица 5

Страна	Эллипсоид, начальный пункт	Широта	Долгота
Австралия	Австралийский, Джонстон Оригон	-25°56'54,6"	+133°12'30,1"
Алжир, Тунис	Кларка 1880, Карфаген	+36 51 06,5	+10 19 20,6
Великобритания	Эйри, Гринвич	+51 28 39,7	0 00 00,0
Египет	Хейфорда, Гельмерта, Трэнзит-оф-Винес	+30 01 42,9	+31 16 37,0
Индия, Бирма, Пакистан	Эвереста, Калианпур	+24 07 11,3	+77 39 17,6
Италия	Хейфорда, Рим, Монте-Марио	+41 55 25,5	+12 27 08,4
Канада, США, Мексика	Кларка 1866, Мидс-Рэнч, штат Канзас	+39 13 26,7	-98 32 30,5
КНР	Бесселя, Нанкин	+32 03 26,4	+118 46 56,0
Польша	Бесселя, Борова Гура	+52 28 32,8	+21 02 12,1
СССР	Красовского, Пулково	+59 46 18,5	+30 19 38,6
Франция	Кларка 1880, Париж	+48 50 46,5	+2 20 48,6
Чехословакия, Югославия, Австрия	Бесселя, Германскогль	+48 16 15,3	+16 17 56,0
Швеция	Бесселя, Стокгольм	+59 20 32,7	+18 03 29,6
Страны Европы	Хейфорда, Потсдам	+52 22 51,4	+13 03 58,9

При таком ориентировании совмещается отвесная линия на исходном пункте с нормалью к референц-эллипсоиду, а плоскость меридиана исходного пункта устанавливается параллельно оси вращения Земли по астрономическому азимуту. При этом отвесную линию и азимут на исходном пункте определяют по астрономическим наблюдениям. Неучет уклонений отвесных линий на исходном пункте, так же как и отличие формы и размеров принятого референц-эллипсоида от общеземного, приводит к сдвигу начала системы координат (центра референц-эллипсоида) относительно центра масс Земли, не нарушая параллельности малой оси референц-эллипсоида с осью вращения Земли [2]. Поэтому для каждого исходного пункта будет своя геодезическая система координат. Если на исходном пункте азимут был определен с погрешностью dA и имеются уклонения отвеса, отличные от нуля

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_A - B \\ (\lambda_A - L) \cos \varphi \\ H_A - H \end{pmatrix}, \quad (5)$$

то будет иметь место не только сдвиг начала системы координат на ξ , η , ζ , но и перекос координатных осей. Направляющие косинусы новых осей относительно старых в этом случае имеют вид [2]:

$$\begin{pmatrix} 1 & (dA \sin B - \eta \cos B) & - \begin{pmatrix} dA \cos B \sin L + \\ + \xi \cos L + \\ + \eta \sin B \sin L \end{pmatrix} \\ -(dA \sin B - \eta \cos B) & 1 & \begin{pmatrix} dA \cos B \sin L - \\ - \xi \sin L + \\ + \eta \sin B \cos L \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} dA \cos B \sin L + \\ + \xi \cos L + \\ + \eta \sin B \sin L \end{pmatrix} & - \begin{pmatrix} dA \cos B \sin L - \\ - \xi \sin L + \\ + \eta \sin B \cos L \end{pmatrix} & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Общеземная система координат

Как и всякая другая геодезическая система, общеземная система координат определяется параметрами земного эллипсоида, гравитационным полем Земли и координатами пунктов на физической поверхности Земли. Начало системы координат располагается в центре масс Земли. Направления ее осей были зафиксированы на XIV Генеральной ассамблее Международной ассоциации геодезии (МАГ) в 1967 г. [2]. Малая ось общего земного эллипсоида совмещена со средней осью вращения Земли. Пространственное направление средней оси вращения Земли закреплено относительно звезд координатами среднего полюса на среднюю эпоху 1900 - 1905 гг. – Международное условное начало (МУН) - Conventional International Origin (CIO). После введения поправок за нутацию эта точка в соответствии с рекомендациями Международной службой вращения Земли и систем координат MCB3 (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) известна как Условный Земной Полюс СТР (Conventional Terrestrial Pole). Его перемещение относительно мгновенного полюса вначале определялось Международной службой полюса по наблюдениям на шести широтных станциях, расположенных на разных долготах примерно на параллели 39° северной широты. Координаты широтных станций приведены в таблице 6 [2].

Таблица 6

Страна	Название станции	Широта	Долгота
Сардиния	Карлсфорте	+39°08'08,9"	+08°18'43,5"
Узбекистан	Китаб	+39 08 01,7	+66 52 55,5
Япония	Мудзусава	+39 08 03,4	+141 07 51,9
США	Юкайа	+39 08 12,0	-123 12 34,5
США	Цинциннати	+39 08 19,8	-84 25 21,0
США	Гейтерсберг	+39 08 13,2	-77 11 57,0

В настоящее время положение полюса относительно МУН (координаты x_P , y_P) определяют с ошибкой в несколько сантиметров из регулярных наблюдений выполняемых методом радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) – Very Long Baseline Interferometry (VLBI).

Плоскость начального меридиана устанавливается определением начала счета долгот как результат обработки долготных наблюдений национальных служб времени, сотрудничающих в рамках Международного бюро времени ВИН (Bureau International de l'Heure). Начало счета долгот задается принятыми долготами национальных служб после учета поправок за движение полюса и соответствует точке на среднем экваторе в период 1900-1905 гг. вблизи Гринвичского меридиана [2].

По форме общеземная система координат может быть эллипсоидальной (B , L , H) и пространственной прямоугольной (X , Y , Z). Переход между ними осуществляется по формулам (3) и (4). В космической геодезии более удобно использовать пространственную прямоугольную систему.

Составной частью общеземной системы координат являются координаты пунктов, закрепленных на физической поверхности Земли и объединенных в геодезические сети. Различия общеземных координатных систем связаны с особенностями построения и обработки геодезических сетей.

Наиболее известной из современных общеземных геоцентрических систем координат является ITRS (International Terrestrial Reference System), которая поддерживается Международной службой вращения Земли и систем координат MCB3 (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) [115].

Топоцентрическая система координат

Иногда наряду с геоцентрической геодезической системой координат удобно использовать топоцентрическую систему. В этой системе (рис. 7) определяется взаимное положение пунктов. Прямоугольные координаты ΔX , ΔY , ΔZ в этой системе будут равны разности геоцентрических координат пункта и начала координат топоцентрической системы:

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Сферические координаты в топоцентрической системе могут быть определены длиной стороны D_{12} и углами Λ и Φ , аналогичными углам γ и δ в звездной системе координат. Если за основную плоскость XOY принята плоскость, параллельная экватору, то в этой плоскости угол Λ_{12} отсчитывается от меридиана Гринвича до проекции линии 1 2, а угол Φ_{12} характеризует наклон линии 1 2, к экватору. Углы Λ и Φ в экваториальной топоцентрической системе иногда называют ориентирующими углами хорды D_{12} .

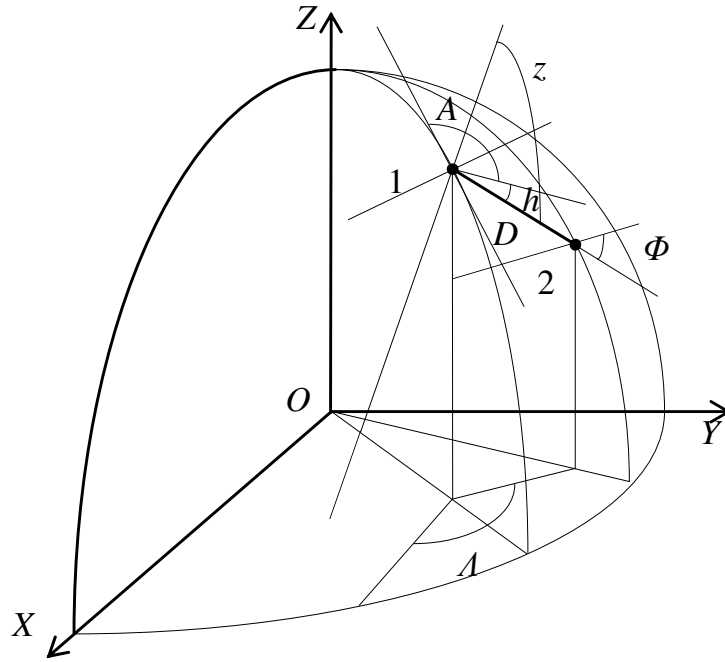


Рис. 7. Топоцентрическая система координат

Из рис. 7 очевидно:

$$\begin{aligned} A &= \tan^{-1} \frac{\Delta Y}{\Delta X} ; \\ \Phi &= \tan^{-1} \frac{\Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}} ; \\ D &= \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} . \end{aligned} \quad (8)$$

Обратный переход выполняется по формулам:

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos A \\ \cos \Phi \sin A \\ \sin \Phi \end{pmatrix} . \quad (9)$$

Если же за основную плоскость взять плоскость горизонта пункта 1, то сферические координаты будут определены углом h наклона линии 1 2 к плоскости горизонта (дополнением до 90° зенитного расстояния z) и азимутом A , отсчитанным в плоскости горизонта от направления на север до проекции линии 1 2. Переход от углов A и h к углам Λ и Φ осуществляется по формулам:

$$\begin{aligned} \tan \Lambda &= \frac{\sin A}{\tan h \cos B + \sin B \cos A} ; \\ \sin \Phi &= \sin B \sin h - \cos B \cos h \cos A , \end{aligned} \quad (10)$$

где B - широта пункта 2.

В топоцентрической горизонтальной системе, ось Z которой направлена по нормали к эллипсоиду, длина и направление хорды (азимут и зенитное расстояние) могут быть выражены через геодезические координаты пунктов - концов хорды [2]:

$$\begin{aligned} D_{12}^2 &= (N + H)_1^2 + (N + H)_2^2 - 2(N + H)_1(N + H)_2 \cos \psi - \\ &\mu(N_2 \sin B_2 - N_1 \sin B_1)^2 - 2e^2(N_2 \sin B_2 - N_1 \sin B_1)(H_2 \sin B_2 - H_1 \sin B_1) , \text{ где} \\ \cos \psi &= \sin B_1 \sin B_2 + \cos B_1 \cos B_2 \cos(L_2 - L_1) ; \\ \mu &= \frac{a^4 - b^4}{a^4} . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cot A_{12} &= \cot \alpha_{12} - e^2 \frac{(N_2 \sin B_2 - N_1 \sin B_1) \cos B_1}{(N + H)_2 \cos B_2 \sin(L_2 - L_1)} \cdot \\ \cot A_{12} &= \frac{\sin B_2 \cos B_1 - \cos B_2 \sin B_1 \cos(L_2 - L_1)}{\cos B_2 \sin(L_2 - L_1)} ; \\ \cos Z_{12} &= \frac{1}{D_{12}} \left((N + H)_2 \cos \psi - (N + H)_1 - \right. \\ &\quad \left. - e^2 (N_2 \sin B_2 - N_1 \sin B_1) \sin B_1 \right) .\end{aligned}\quad (11)$$

Для значений азимута A_{21} и зенитного расстояния Z_{21} в пункте 2 в формулах (11) следует поменять индексы 1 и 2.

Связь азимута и зенитного расстояния хорды с экваториальными топоцентрическими координатами может быть представлена следующими выражениями [2]:

- для прямоугольных координат

$$\begin{aligned}\cot A_{12} &= \frac{\Delta Z \cos B_1 - (\Delta X \cos L_1 + \Delta Y \sin L_1) \sin B_1}{\Delta Y \cos L_1 + \Delta X \sin L_1} \\ \cos Z_{12} &= \frac{\cos B_1 \cos L_1 + \cos B_1 \sin L_1 + \sin B_1}{D_{12}}\end{aligned}\quad (12)$$

- для полярных координат

$$\cot A_{12} = \frac{\sin \Phi_{12} \cos B_1 - (\cos A_{12} \cos L_1 + \sin A_{12} \sin L_1) \cos \Phi_{12} \sin B_1}{\cos \Phi_{12} (\cos A_{12} \cos L_1 + \sin A_{12} \sin L_1)} .$$

Обратное соотношение будет:

$$\begin{pmatrix} \cos \Phi \cos A \\ \cos \Phi \sin A \\ \sin \Phi \end{pmatrix}_{12} = \begin{pmatrix} \cos L_1 (\cos B_1 \cos Z_{12} - \sin B_1 \sin Z_{12} \cos A_{12}) - \sin L_1 \sin Z_{12} \sin A_{12} ; \\ \sin L_1 (\cos B_1 \cos Z_{12} - \sin B_1 \sin Z_{12} \cos A_{12}) + \cos L_1 \sin Z_{12} \sin A_{12} ; \\ \sin B_1 \cos Z_{12} + \cos B_1 \sin Z_{12} \cos A_{12} \end{pmatrix} .\quad (13)$$

Переход к общеземной системе координат

Построение космических геодезических сетей позволяет установить и контролировать единую общеземную систему координат, начало которой определяется центром масс Земли, а ориентация осей - принятыми системами единого времени и полюса. Масштаб единой сети задается принятым значением скорости света с посредством линейных измерений. Следует отметить, что последнее определение значения скорости света в вакууме выполнено с относительной ошибкой 10^{-9} , реальная скорость электромагнитных волн с учетом факторов, влияющих на скорость распространения сигнала может быть определена с относительной ошибкой 10^{-7} . Вопрос о приведении всех геодезических систем в единую общеземную с началом координат в центре масс Земли до недавнего времени рассматривался более в теоретической, чем в практической постановке. Это объясняется трудностями выполнения на земной поверхности (особенно поверхности океана) необходимых достаточно точных и обширных гравиметрических и геодезических измерений. Геодезическое использование спутников в сочетании с методами гравиметрии позволяет уже в настоящее время определить общую земную систему координат. Все системы координат X_i , в которых построены региональные геодезические сети, могут быть

переведены в единую геодезическую систему координат X путем переноса начала региональной системы координат на вектор:

$$\overline{\Delta X} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T \quad (14)$$

и поворота координатных осей, задаваемого матрицей:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -\omega_x & \omega_y \\ \omega_x & 1 & -\omega_z \\ -\omega_y & \omega_z & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Масштабное преобразование представляет собой линейное изменение региональной сети по отношению к общеземной системе на некоторый коэффициент χ . Таким образом, общее преобразование координат пунктов из региональных геодезических систем в общеземную определяется выражением:

$$\bar{X} = \bar{X}_i + \Delta \bar{X} + \chi R \bar{X}_i. \quad (16)$$

Если для каждой геодезической системы установлено преобразование такого рода, то по разностям параметров преобразований можно определить взаимное смещение их начал и тем самым полностью решить задачу о связи геодезических систем координат. Координаты центров основных референц-эллипсоидов приведены в таблице 7 [2].

Таблица 7

Геодезическая система, референц-эллипсоид	ΔX , м	ΔY , м	ΔZ , м
Европейская, Хейфорда	-83	-111	-126
Токийская, Бесселя	-143	+514	+675
Австралийская, Австралийский	-123	-43	+137
Индийская, Эвереста	+293	+699	+229
Африканская, Кларка 1880	-128	-146	-348
NAD 27 Североамериканская, Кларка 1866	-21	+158	+176
Южноамериканская, Хейфорда	-78	+2	-43
СК-42, Красовского	+24	-127	-78

В некоторых случаях, учитывая малость возможных углов разворотов геодезических систем, ими можно пренебрегать, за исключением отдельных специально оговоренных случаев.

Система координат в плоскости геодезической проекции.

Для решения многочисленных задач отраслей экономики, обороны и безопасности страны, ведения землеустроительной, градостроительной и кадастровой деятельности более удобны плоские прямоугольные координаты.

Плоские геодезические прямоугольные координаты x , y) строятся в равноугольных проекциях, называемых геодезическими. Основными требованиями к таким проекциям будут:

- конформность (равноугольность);
- малые искажения в пределах выделенной зоны (листа топографической карты);
- возможность учета искажений в границах зон значительных размеров;
- минимальное количество зон для покрытия территории;
- единообразие зон;

- возможность распространения системы плоских координат на весь мир.

Число таких равноугольных проекций невелико - азимутальная проекция Руссилья, коническая проекция Ламберта и поперечно-цилиндрические проекции Гаусса-Крюгера и универсальная поперечная Меркатора UTM (Universal Transverse Mercator). Число зон в азимутальных и конических проекциях сравнительно велико и они не обладают единообразием. Наиболее полно перечисленным требованиям удовлетворяют получившие глобальное распространение поперечно-цилиндрические проекции.

Первым государством, применившим с 1917 года координаты Гаусса-Крюгера, была Австрия [92]. Вопрос о введении единой системы прямоугольных координат для территории СССР обсуждался в 20-30-х годах XX века. В 1928 г. эта проекция была введена. Вначале ее использовали только для топографических карт масштабов крупнее 1:500 000. С 1939 г. ее стали применять и для карт масштаба 1:500 000. В 80-х годах она была распространена на весь масштабный ряд топографических карт, включая все карты масштаба 1:1 000 000. Конформная геодезическая проекция Гаусса-Крюгера используется в России и ряде государств-участников СНГ. Прежде всего, выбор конформной (равноугольной) проекции позволяет вести геодезические вычисления по более простым формулам плоской тригонометрии, а не сфероидической геодезии. По причине большого количества разных координатных зон отпадают все азимутальные проекции, в т. ч. стереографическая.

Что касается других проекций, коническая проекция Ламберта не требует разложений в ряды при переходе со сфероида на плоскость, но в ней для территории СССР необходимо было установить 96 координатных зон $4^\circ \times 10^\circ$ против 20 однообразных шестиградусных зон в цилиндрической проекции Гаусса-Крюгера. Далее, при одинаковой трудности вычисления прямоугольных координат, их приращений и сближения меридианов, координаты Зольднера имеют в два раза меньшее искажение площадей, однако преимущество перед ними координат Гаусса-Крюгера состоит в более простом учёте искажений длин и направлений, а также нахождения длины и дирекционного угла по плоским координатам конечных точек [24]. То, что требованиям геодезии в наибольшей степени соответствует именно проекция Гаусса-Крюгера отмечал ещё болгарский академик В. К. Христов [92]. Теория этой проекции достаточно детально разработана, включена во все существующие учебные и справочные пособия по картографии и сфероидической геодезии, а также входит в программы обучения по геодезическим специальностям.

В России применяют шестиградусные зоны с осевыми меридианами 3° , 9° , 15° и т.д. Предусмотрены перекрытия смежных зон на востоке и западе; при этом до широты 28° перекрытия составляют 1° , в широтах 28° - 76° - 2° и в широтах более 76° - 3° [43]. Можно считать, что на всей территории СССР были установлены не 6° , а 10° зоны, так как на стыке 6° зон была установлена полоса перекрытия в 2° к востоку и 2° к западу [17].

Трехградусные зоны применяют при создании крупномасштабных топографических планов при съемках городов, территорий под строительство крупных инженерных сооружений, создании местных систем координат.