

# РАСЧЕТ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

## 2.1. Сейсмические воздействия на сооружения

Сейсмические воздействия в верхних слоях земной коры обусловлены *тектоническими, вулканическими и денудационными* (карстовый провал, подземный взрыв, горный обвал) процессами.

Вулканические и денудационные процессы имеют местный характер, а тектонические часто охватывают огромные территории. Очаги землетрясений – *гипоцентры* – находятся обычно на глубине десятков и сотен километров, а *эпицентр* – на поверхности грунта. От гипоцентра во все направления распространяются упругие колебания в земной коре. Эти колебания бывают двух видов: продольные (сжатие и растяжение) и поперечные (сдвиговые, перпендикулярные продольным), вызывающие в грунтах деформации сдвига. Скорость поперечных волн почти в два раза меньше скорости продольных. Кроме того, от эпицентра по поверхности земли распространяются во все стороны поверхностные волны Лява и Рэлея.

Скорости распространения упругих продольных  $V_p$  и поперечных  $V_s$  волн:

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (2.1)$$

где  $E$  и  $\nu$  – упругие характеристики грунта;  
 $\rho$  – плотность грунта.

Мерой количественной оценки энергии сейсмических волн по К. Рихтеру является магнитуда ( $M$ ), представляющая собой десятичный логарифм максимальной амплитуды записи сейсмической волны  $M_k$ , полученной сейсмографом на расстоянии 100 км от эпицентра землетрясения. Землетрясение с магнитудой выше 7, если оно произойдет вблизи населенного пункта, вызывает крупную катастрофу.

*Интенсивность землетрясения* исчисляется также по другим шкалам – MSK, Меркалли, IMA, в зависимости от того, какая шкала принята в данной стране. В РФ используется шкала MSK-64, она и рекомендована СНиП-II-7-81.

В сейсмологии и в сейсмостойком строительстве используются две группы характеристик землетрясений. Первая характеризует силу землетрясения в очаге и оценивается *магнитудой*  $M$ , измеряемой по шкале Рихтера, вторая характеризует явления на поверхности земли и определяется шкалой *сейсмической интенсивности*, измеряемой в *баллах*.

Таблица 2.1

Баллы	Характеристики повреждений зданий и других сооружений	
6	Повреждения конструкций Проявления на поверхности земли	Повреждения 1-й степени в отдельных зданиях типа <i>Б</i> и во многих типа <i>А</i> ; 2-й степени в отдельных зданиях типа <i>А</i> В немногих случаях – оползни, на сырых грунтах возможны видимые трещины шириной до 1 см; в горных районах – отдельные оползни, возможны изменения дебита источников и уровня воды в колодцах
7	Повреждения конструкций  Проявления на поверхности земли	Повреждения 1-й степени во многих зданиях типа <i>В</i> и в отдельных зданиях - 2-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> 2-й степени и в отдельных – 3-й. Во многих зданиях типа <i>А</i> 3-й степени и в отдельных зданиях – 4-й. Трещины в каменных оградах В отдельных случаях – оползни проезжей части дорог на крутых склонах и трещины на дорогах. Нарушение стыков трубопроводов. В отдельных случаях – изменение дебита источников и уровня воды в колодцах. В немногих случаях возникают или пропадают существующие источники воды. Отдельные случаи оползней на песчаных и гравелистых берегах рек
8	Повреждения конструкций  Проявления на поверхности земли	Во многих зданиях типа <i>В</i> повреждения 2-й степени и в отдельных – 3-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> повреждения 3-й степени и в отдельных – 4-й Во многих зданиях типа <i>А</i> повреждения 4-й степени и в отдельных – 5-й Памятники и статуи сдвигаются, надгробные памятники опрокидываются. Каменные ограды разрушаются Небольшие оползни на крутых откосах выемок и насыпей дорог, трещины в грунтах достигают нескольких сантиметров. Возможно возникновение новых водоемов. Во многих случаях изменяется дебит источников и уровень воды в колодцах. Иногда пересохшие колодцы наполняются водой или существующие иссыкают
9	Повреждения конструкций  Проявления на поверхности земли	Во многих зданиях типа <i>В</i> повреждения 3-й степени и в отдельных – 4-й Во многих зданиях типа <i>Б</i> повреждения 4-й степени и в отдельных – 5-й Памятники и колонны опрокидываются. Значительные повреждения берегов искусственных водоемов, разрывы частей подземных трубопроводов. В отдельных случаях – искривление рельсов и повреждения проезжих частей дорог На равнинах возможны наводнения, часто заметны наносы на поверхности песка и ила. Трещины в грунтах до 10 см, а по склонам и берегам – более 10 см. Кроме того, много тонких трещин в грунтах. Частые оползни и осыпание грунтов, обвалы горных пород

Сейсмические воздействия на сооружения рассчитываются на основе количественной оценки напряженно-деформированного состояния [90], что требует расчетной акселерограммы и *сейсмограммы* (графики изменения ускорений и смещений *поверхности земли* во времени соответственно).

Существует два метода расчета НДС массивов грунтов и сооружений при сейсмических воздействиях: *динамический* и *статический* (или квазидинамический).

Динамический метод позволяет прогнозировать НДС оснований и сооружений во времени, связанном со временем действия акселерограммы землетрясения.

Статический, или квазидинамический, метод расчета НДС оснований и сооружений не рассматривает процесс во времени и основан на едином расчетном значении ускорения основания и сооружения.

Как динамический, так и статический (или квазидинамический) метод расчета НДС массивов грунтов требует выбора расчетной модели основания и грунта. От правильного выбора расчетной модели основания и грунта существенно зависит НДС массива грунта и сооружения.

При проектировании и строительстве сооружений оценка *сейсмичности строительной площадки* производится по картам сейсмозонирования с учетом инженерно-геологических условий, а также результатов специальных исследований, включающих:

- Изучение сейсмического режима площадок строительства и получение исходных данных для расчета сейсмостойкости основания и сооружения.
- Определение параметров деформируемости и прочности грунтов оснований и материалов сооружений при динамическом их нагружении, с учетом их изменчивости.
- Установление количественной оценки НДС оснований для выявления возможных зон возникновения остаточных деформаций в грунтовом массиве и оценка их величины для каждой зоны.
- Изучение изменения сейсмичности площадки строительства при изменении уровня грунтовых вод.

Наиболее существенным из перечисленных выше исследований при определении сейсмичности площадки является количественная оценка НДС массива грунта, служащего основанием сооружений.

По действующим нормам, единственной исходной сейсмологической характеристикой района строительства при проектировании является сейсмичность, оцениваемая в баллах. Каждому баллу нормами приписывается определенный расчетный уровень максимальных ускорений  $A_g$ , который используется для определения инерционных сейсмических нагрузок, вводимых в расчет сейсмостойкости сооружений как статические.

Значения регламентируемых нормами расчетных ускорений  $A_g$  сопоставлены в табл. 2.2 с диапазоном изменения максимальных ускорений грунта  $a_{\max}$  и их средними значениями  $\bar{a}_{\max}$ .

Таблица 2.2

Параметры	Баллы			
	6	7	8	9
$a_{\max}/g$	0,03+0,06	0,06+0,125	0,125+0,25	0,25+0,5
$\bar{a}_{\max}/g$	0,045	0,0925	0,1875	0,375
$A$	0,05	0,1	0,2	0,4

В качестве расчетных схем для количественной оценки НДС массивов грунтов, служащих основанием и средой сооружений, может быть принят вариант, когда четвертичные отложения подстилаются скальными породами (рис. 2.1).

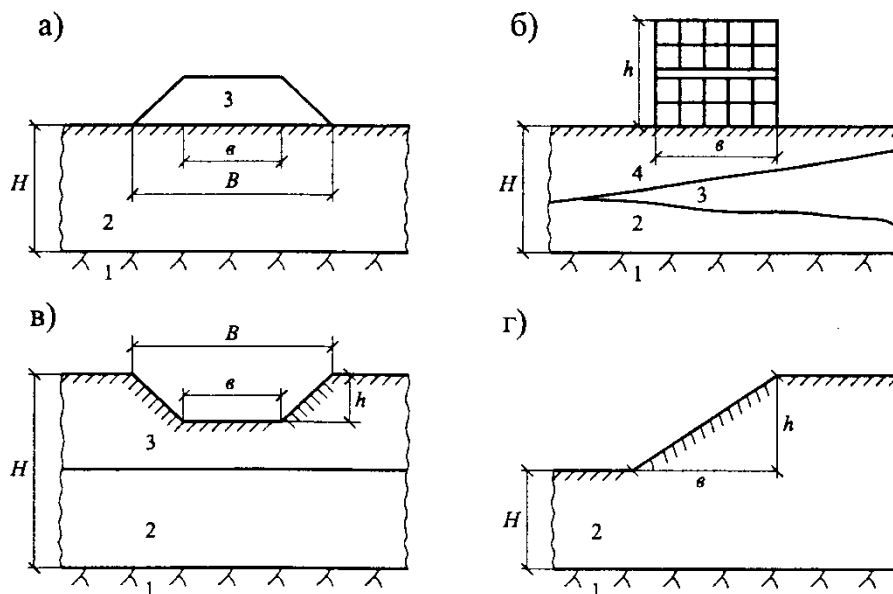


Рис. 2.1. Расчетные схемы для оценки НДС массивов грунтов, служащих основанием и средой различных сооружений:  
 а – однородное основание: 1 – скальное основание массива; 2 – четвертичные отложения; 3 – сооружение; б – неоднородное основание;  
 в – грунтовый массив с выемкой; г – грунтовый массив со склоном

Сейсмическая нагрузка  $S_k$  на рассматриваемый элемент массива грунта с массой  $m_k$ , сосредоточенной в точке  $k$  массива, определяется как произведение этой массы на расчетное ускорение  $a_0$  скального основания, принимаемое в зависимости от сейсмической балльности района строительства:

$$S_k = m_k \cdot a_0 = Q_k \cdot K_c, \quad (2.2)$$

где  $Q_k$  – вес элемента грунта в точке  $k$  массива,  $Q_k = m_k \cdot g$ ;

$K_c = a_0 / g$  – относительное ускорение скального основания, выраженное в долях от ускорения силы тяжести  $g$  (коэффициент сейсмичности).

При оценке НДС массива грунта эти инерционные силы считаются приложенными статически. Однако статическая теория не учитывает особенности строения массива, деформируемость и динамические характеристики массива, соотношение частот его собственных колебаний с частотой сейсмического воздействия и т.п. Поэтому возникла необходимость разработки и внедрения нового динамического метода расчета сейсмостойкости оснований и сооружений. К таким относится *квазидинамический метод расчета* сооружений, который был создан и развит К.С. Завриевым в 1928г. и в настоящее время включен в СНиП-II-7-81. Согласно этому методу, сейсмические силы, возникнув, действуют неопределенно долго, т.е. статически. Для расчета этих сил необходимо знание форм колебаний, которые можно получить на основании спектрального анализа. Этот метод так и называется - *спектральный метод*.

Предполагается, что колебание оснований или сооружений при сейсмическом воздействии складывается из взаимно независимых колебаний по собственным формам, каждая из которых соответствует собственной частоте  $\omega_i$ , или периоду  $T_i = 2\pi / \omega_i$ . В соответствии с этим, каждой форме колебаний отвечает определенная составляющая инерционной силы, изменяющаяся во времени. Но в этом случае сейсмическая нагрузка для какой-либо точки  $k$  массива при  $i$ -й форме его колебаний в выбранном направлении будет определяться выражением

$$S_{ik}(t) = m_k \cdot a_{ik}(t), \quad (2.3)$$

где  $a_{ik}(t)$  – ускорение точки  $k$  в  $i$ -й форме колебаний.

Вычисление общей сейсмической силы в любой точке  $k$  массива как суммы зависимых от времени слагаемых  $S_{ik}(t)$  представляет собой сложную задачу. Поэтому в практических расчетах вычисляют максимальное во времени значение  $S_{ik}(t)$ , а для получения расчетной силы используют вероятностный подход, определяя ее среднеквадратическое значение по формуле

$$S_{pk} = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_{ik}^2}, \quad (2.4)$$

где  $S_{pk}$  – расчетное значение сейсмической силы в точке  $k$ ;

$S_{ik}$  – максимальное во времени значение сейсмической силы в точке  $k$  в  $i$ -й форме колебаний;

$n$  – число учитываемых форм колебаний.

Максимальное ускорение  $a_{ik}(t)$  в точке  $k$  может быть определено выражением

$$\max |a_{ik}(t)| = \alpha_p \cdot \beta_i \cdot \eta_{ik}, \quad (2.5)$$

где  $\alpha_p$  – максимальная амплитуда действительного ускорения, заданного акселерограммой  $a_0(t) = \alpha_p \cdot f(t)$ , где  $f(t)$  – заданная функция времени;

$\beta_i$  – коэффициент динамичности.

Расчетные значения  $\beta_i$  обычно принимаются по спектральным графикам коэффициента динамичности  $\beta_i(T_i)$ . В качестве расчетного графика  $\beta_i(T_i)$  принимается огибающая ряда фактических спектров (рис. 2.2). Коэффициент  $\beta_i(T_i)$  определяется по формуле  $\beta_i = 1 / (T_i)$ , и, как правило, его значение не более 3 и не менее 0,8, в зависимости от категории грунтов.

По основной формуле СНИП-И-7-81 для определения расчетной нагрузки от сейсмического воздействия вводятся требуемые коэффициенты.

Расчетная сейсмическая нагрузка в выбранном направлении, приложенная к точке  $k$  и соответствующая  $i$ -му тону колебаний массива грунта (без учета или с учетом сооружений), определяется по формуле

$$S_{ik} = K_1 \cdot K_2 \cdot S_{0ik}, \quad (2.6)$$

где  $K_1$  – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения зданий и сооружений, принимаемый по табл. 3 СНИП-П-7-81;

$K_2$  – коэффициент, учитывающий конструктивное решение зданий или сооружений, принимаемый по табл. 4 СНИП-И-7-81;

$S_{0ik}$  – значение сейсмической нагрузки для  $i$ -го тона собственных колебаний массива (вместе с сооружением), определяемое в предположении упругого деформирования массива,

$$S_{0ik} = Q_k \cdot A \cdot \beta_i \cdot K_\psi \cdot \eta_{ik}; \quad (2.7)$$

здесь  $Q_k$  – вес массива вместе с сооружением, отнесенный к точке  $k$  и определяемый с учетом расчетных нагрузок на конструкции;

$A$  – коэффициент, значение которого следует принимать равным 0,1; 0,2; 0,4 соответственно, для расчетной сейсмичности 7, 8, 9 баллов;

$\beta_i$  – коэффициент динамичности, соответствующий  $i$ -му тону собственных колебаний массива, принимаемый по формулам или графику (2.2);

$K_\psi$  – коэффициент, принимаемый по табл. 6 СНИП-Н-7-81;

$\eta_{ik}$  – коэффициент, зависящий от формы деформации массива (сооружения) при его собственных колебаниях по  $i$ -му тону и от места расположения нагрузки,

$$\eta_{ik} = \frac{X_i(x_k) \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot X_i(x_j)}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot X_i^2(x_j)}, \quad (2.8)$$

где  $X_i(x_k)$  и  $X_i(x_j)$  – смещения массива (сооружения) при собственных колебаниях по  $i$ -му тону в рассматриваемой точке  $k$  и во всех точках  $j$ , где в соответствии с расчетной схемой его вес принят сосредоточенным;

$Q_j$  – вес массива (сооружения), отнесенный к точке  $j$ , определяемый с учетом расчетных нагрузок и сейсмических воздействий при их особом сочетании.

В первом приближении вместо (2.8) можно использовать упрощенную формулу

$$\eta_k = \frac{x_k \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j}{\sum_{j=1}^n Q_j \cdot x_j^2}, \quad (2.9)$$

где  $x_k$  и  $x_j$  – расстояние от точек  $k$  и  $j$  до основания слоя грунтового массива.

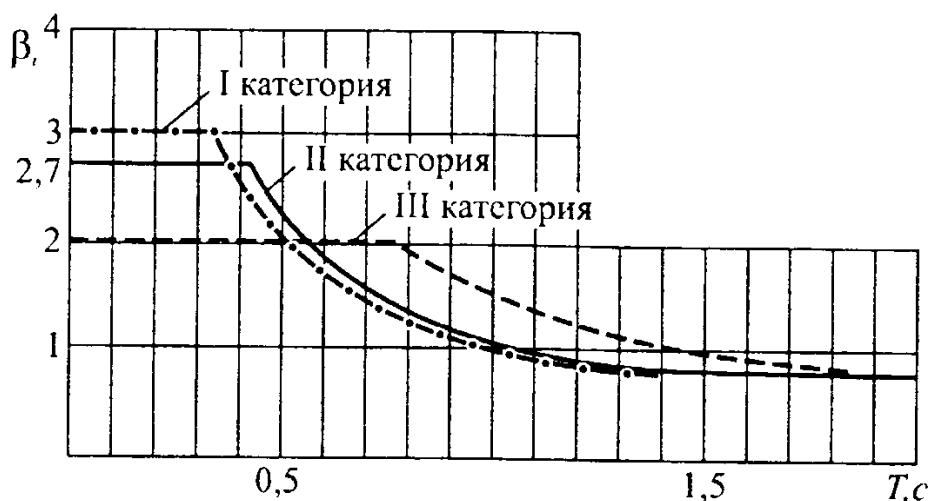


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента динамичности  $\beta_i$  от периода собственных колебаний сооружения по  $i$ -му тону

После определения сейсмических инерционных сил по спектральной методике производится расчет НДС массива грунта и на его основе проверка прочности и устойчивости массива грунта в целом и в отдельных частях.

В МКЭ имеются готовые формулы для построения матриц жесткости, затухания и масс, полученных на основе метода перемещений и энергетических подходов строительной механики, а также формулы для определения компонентов напряжений, деформаций и перемещений в каждом элементе.

Уравнения движения узловых точек системы, образованной конечными элементами, в матричной форме по методу перемещений имеют вид:

$$M \cdot \ddot{U} + B \cdot \dot{U} + K \cdot U = -M \cdot \ddot{\Delta}, \quad (2.10)$$

где  $M, B, K$  – соответственно матрицы масс, затухания и жесткости;

$U, \dot{U}, \ddot{U}$  – векторы упругих перемещений, скоростей и ускорений;

$\ddot{\Delta}$  – вектор сейсмического воздействия, заданный ускорением.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.10) второго порядка МКЭ при нулевых начальных условиях по спектральному методу или прямыми методами позволяет определить искомые значения напряжений, деформаций и перемещений.

## 2.2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам

В результате разрыва земной коры из центра землетрясения в грунтовой среде распространяются волны деформаций и перемещений. Длина сейсмической волны значительно больше протяженности сооружения; поэтому можно считать, что при ее проходе фундамент сооружения испытывает только поступательное перемещение  $\Delta = \Delta(t)$ .

В связи с этим рассмотрим задачу динамики сооружений при кинематическом возбуждении.

Пусть для стойки с одной массой (рис.2.3) основание совершает движение по заданному закону  $\Delta = \Delta(t)$ . Полное перемещение массы  $Y_1(t)$  будет складываться из переносного перемещения  $\Delta(t)$  и относительного перемещения  $y(t)$ :

$$Y(t) = \Delta(t) + y(t), \quad (2.11)$$

где относительное перемещение можно записать в виде:

$$y(t) = \delta_{11} \cdot \Phi. \quad (2.12)$$



Сила инерции, действующая на движущуюся массу равна:

$$\Phi = -m\ddot{Y}(t). \quad (2.13)$$

Следовательно, уравнение перемещений примет вид:

$$Y(t) = \Delta(t) + \delta_{11}(-m\ddot{Y}(t)). \quad (2.14)$$

Деля это равенство на  $m \delta_{11}$ , приходим к виду:

$$\ddot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = \omega^2 \Delta(t). \quad (2.15)$$

Это и есть дифференциальное уравнение движения массы вследствие кинематического воздействия. С учетом (2.11) уравнение движения можно переписать в виде:

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = -\ddot{\Delta}(t). \quad (2.16)$$

Упругая система с  $n$  степенями свободы реагирует на сейсмическое воздействие каждой составляющей своего спектра собственных колебаний  $\bar{v}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ . Поэтому решение задачи определения динамических перемещений и инерционных сил можно провести с помощью разложения искомого движения

$$M\ddot{U} + KU = \ddot{\Delta}M \quad (2.17)$$

по собственным формам колебаний. При этом вектор прогибов  $U(t)$  представим как сумму произведений (рис.2.4):

$$U = \sum_{k=1}^n q_k(t) \cdot \bar{v}_k = V \cdot q(t). \quad (2.18)$$

Здесь  $q_k$  – обобщенная координата, определяемая из решения дифференциального уравнения:

$$\ddot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \frac{Q_k(t)}{M_k}. \quad (2.19)$$

где  $Q_k$  – обобщенная сила,

$$Q_k = V_k^T P; \quad (2.20)$$

$M_k$  – обобщенная масса  $k$ -й формы,

$$M_k = V_k^T M V_k; \quad (2.21)$$

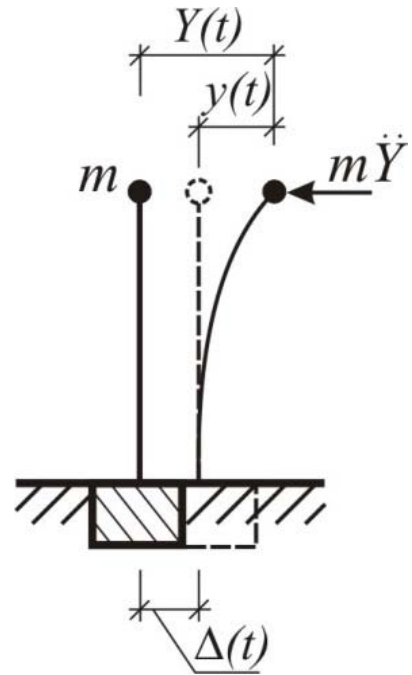


Рис. 2.3

где  $V_k$  – вектор  $k$ -й формы колебаний,

$$V_k = \begin{bmatrix} V_{1k} \\ V_{2k} \\ \vdots \\ V_{nk} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Переход от (2.17) к (2.19) становится возможен в силу ортогональности собственных форм колебаний. Действительно, подставляя (2.21) в (2.17) и умножая все уравнение слева на транспонированный вектор  $k$ -й формы колебаний  $V_k^T$ , получаем:

$$V_k^T M V \ddot{q} + V_k^T K V q = V_k^T P. \quad (2.23)$$

Но

$$V_k^T M V = V_k^T M \begin{bmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_k \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = [0 \dots V_k^T M V_k \dots 0]. \quad (2.24)$$

Аналогично

$$V_k^T K V = [0 \dots V_k^T K V_k \dots 0]. \quad (2.25)$$

К тому же  $(V_k^T M V_k)^{-1} V_k^T K V_k = M^{-1} K = \omega_k^2 E$ .

Уравнения (2.19) решаются как уравнения колебаний с одной степенью свободы. После нахождения  $q_k(t)$  возврат к истинным значениям  $U(t)$  осуществляется по формуле (2.18):

$$U = V \cdot q(t) = V_1 \cdot q_1(t) + V_2 \cdot q_2(t) + \dots + V_n \cdot q_n(t). \quad (2.26)$$

Для большинства нагрузок вклад в решение (2.26) различных форм колебаний уменьшается с ростом номера частоты  $k$ , поэтому в практических расчетах учитывают 3-5 первых форм колебаний.

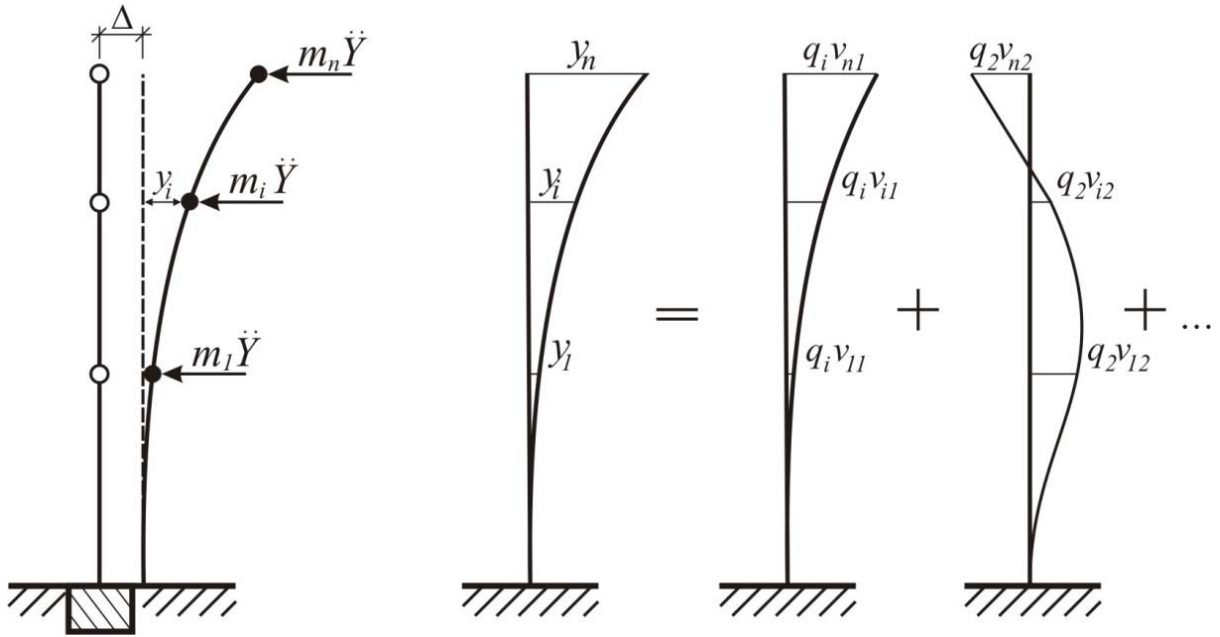


Рис. 2.4

Вектор форм собственных колебаний (амплитудных коэффициентов)  $V$  находится из решения задачи на собственные значения.

При заданном сейсмическом воздействии  $\ddot{\Delta}(t)$  уравнение (2.19) в сочетании с (2.18) дает возможность определить динамические перемещения точек системы. Динамические силы, соответствующие  $k$ -й форме колебаний, можно найти с помощью соотношения

$$\bar{S}_k = \begin{bmatrix} s_{1k} \\ s_{2k} \\ \vdots \\ s_{ik} \\ \vdots \\ s_{nk} \end{bmatrix} = q_k \omega_k^2 \begin{bmatrix} m_1 v_{1k} \\ m_2 v_{2k} \\ \vdots \\ m_i v_{ik} \\ \vdots \\ m_n v_{nk} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Сейсмическое воздействие обычно носит ярко выраженный нестационарный характер. На рис.2.5 приведена зависимость ускорения движения грунта при землетрясении от времени – акселерограмма землетрясения.

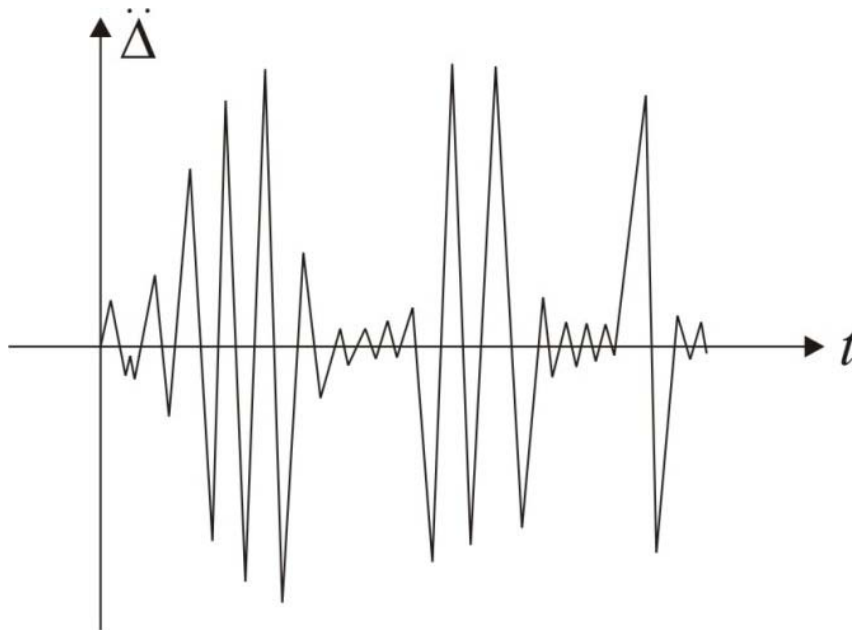


Рис. 2.5

Поэтому сейсмический расчет здания или сооружения можно выполнить приближенно на основе расчета по нескольким акселерограммам, характерным для данного района.

### 2.3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения

Кроме разложения по собственным формам уравнение динамического равновесия

$$M \cdot \ddot{U} + B \cdot \dot{U} + K \cdot U = -M \cdot \ddot{\Delta}$$

эффективно решается методами прямого интегрирования:

- а) методом центральных разностей;
- б) методом постоянного (на шаге) ускорения Ньюмарка;
- в) методом линейного изменения ускорения с модификацией Вилсона.

Покажем использование метода центральных разностей и метода Ньюмарка для решения задачи динамики.

#### а) Метод центральных разностей

Векторы ускорения и скорости представим в конечно-разностном виде:

$$\ddot{U}_t = \frac{U_{t-1} - 2U_t + U_{t+1}}{(\Delta t)^2}, \quad (2.28)$$

$$\dot{U}_t = \frac{U_{t+1} - U_{t-1}}{2(\Delta t)}, \quad (2.29)$$

где  $\Delta t$  – шаг по времени;

$t$  – данный момент времени;

$(t-1)$  – момент времени, соответствующий времени  $(t - \Delta t)$ ;

$(t+1)$  – момент времени, соответствующий времени  $(t + \Delta t)$ .

Дифференциальное уравнение динамического равновесия, составленное для момента времени  $t$

$$M\ddot{U}_t + KU_t = P_t \quad (2.30)$$

можно переписать в виде:

$$M \frac{U_{t-1} - 2U_t + U_{t+1}}{(\Delta t)^2} + KU_t = P_t. \quad (2.31)$$

Если векторы  $U_t$  и  $U_{t-1}$  известны, то легко вычисляется и вектор перемещений  $U_{t+1}$ :

$$U_{t+1} = M^{-1}(P_t - KU_t)(\Delta t)^2 + E(2U_t - U_{t-1}). \quad (2.32)$$

Для начала расчета нужно знать  $U_{0-\Delta t}$  по известному значению  $U_0$  и  $\dot{U}_0$ . Считая, что перемещение имеет параболическую зависимость от времени, по формуле Тейлора получим:

$$U_{0-\Delta t} = U_0 - (\Delta t)\dot{U}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{U}_0. \quad (2.33)$$

$\ddot{U}_0$  вычисляется из (2.33) для  $t = 0$ :

$$\ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0). \quad (2.34)$$

Для решения задачи необходимо, чтобы матрица масс не имела нулевых элементов на главной диагонали.

### **б) Метод постоянного ускорения Ньюмарка**

В качестве второго метода решения дифференциальных уравнений движения рассмотрим метод Ньюмарка. В этом методе предполагается, что ускорение остается постоянным в пределах шага по времени  $\Delta t$  (рис.2.6а), т.е.

$$\ddot{U}(t + \tau) = \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} = \text{const.} \quad (2.35)$$

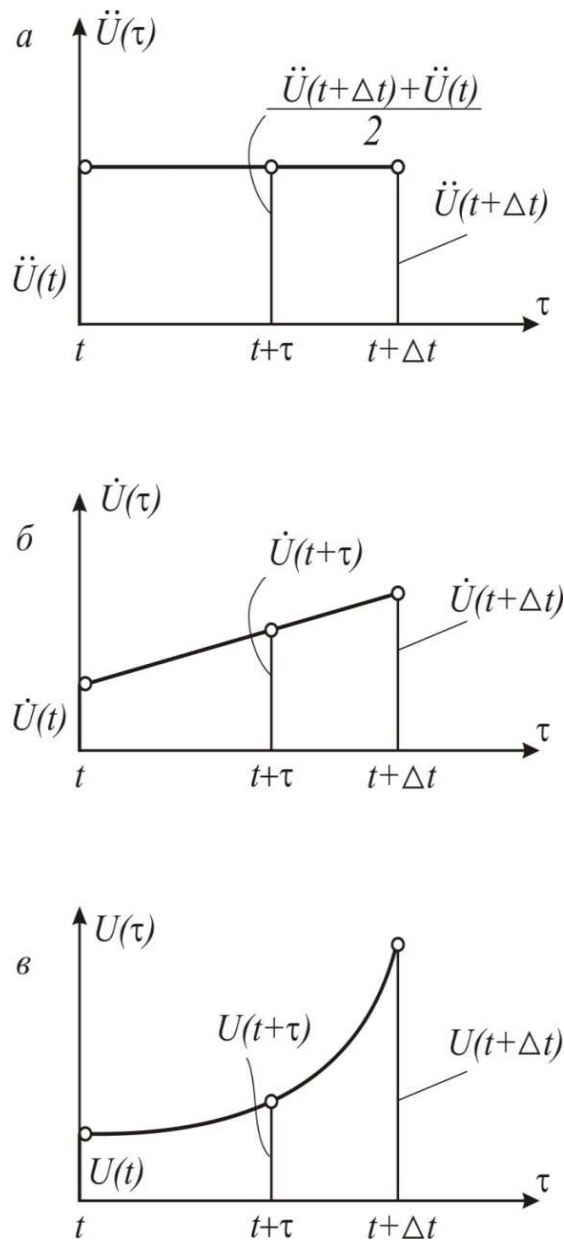


Рис. 2.6

Интегрируя выражение (2.35), получаем:

$$\dot{U}(t + \tau) = \dot{U}(t) + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} \tau. \quad (2.36)$$

Вторично интегрируя уравнение (2.39), получаем:

$$U(t + \tau) = U(t) + \dot{U}(t) \cdot \tau + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{4} \tau^2. \quad (2.37)$$

Графики функций скорости и перемещения на интервале  $\Delta t$  показаны на рис. 2.6,б, в.

Используя выражения (2.36) и (2.37), получаем формулы для скорости и перемещения в конце промежутка времени  $\Delta t$  :

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \dot{U}(t) + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{2} \cdot \Delta t, \quad (2.38)$$

$$U(t + \Delta t) = U(t) + \dot{U}(t) \cdot \Delta t + \frac{\ddot{U}(t + \Delta t) + \ddot{U}(t)}{4} \cdot (\Delta t)^2. \quad (2.39)$$

Из выражения (2.39) найдем ускорение  $\ddot{U}(t + \Delta t)$  :

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = \frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t). \quad (2.40)$$

Подставив (2.40) в (2.41), найдем формулу для скорости:

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \frac{2U(t + \Delta t) - 2U(t) - \dot{U}(t) \cdot \Delta t}{\Delta t}. \quad (2.41)$$

Из выражений (2.41) и (2.40) можно найти скорость и ускорение в момент времени  $(t + \Delta t)$ , зная скорость и перемещение в момент времени  $t$  и перемещение в момент  $(t + \Delta t)$ . Перемещение  $U(t + \Delta t)$  определим из дифференциального уравнения движения, составленного для момента времени  $(t + \Delta t)$  :

$$M\ddot{U}(t + \Delta t) + KU(t + \Delta t) = P(t + \Delta t). \quad (2.42)$$

Подставив в уравнение (2.30), составленное для момента времени  $(t + \Delta t)$ , выражение (2.40), получим:

$$M \left[ \frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t) \right] + KU(t + \Delta t) = P(t + \Delta t). \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & M \cdot 4U(t + \Delta t) + KU(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 - \\ & - M \left[ 4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] = \\ & = P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Или, окончательно:

$$\begin{aligned} U(t + \Delta t) &= \left[ 4M + K \cdot (\Delta t)^2 \right]^{-1} \times \\ & \times \left\{ M \left[ 4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot (\Delta t) + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] + P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Начало шагового процесса организуется с момента времени  $t = 0$ ,  $U(0) = U_0$ ,  $\dot{U}(0) = \dot{U}_0$ . Начальные ускорения находим из уравнения движения, записанного для момента времени  $t = 0$ .

$$\ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0). \quad (2.46)$$

Здесь  $\ddot{U}_0$  и  $\dot{U}_0$  – вектор начальных перемещений и вектор начальных скоростей, соответственно.

Метод Ньюмарка – абсолютно устойчивый метод, т.е. он дает устойчивые решения при любом шаге  $\Delta t$ . Однако для точного решения шаг должен быть как можно меньшим.

Итак, **уравнения метода Ньюмарка:**

✓ в основном цикле

$$U(t + \Delta t) = \left[ 4M + K \cdot (\Delta t)^2 \right]^{-1} \times \\ \times \left\{ M \left[ 4U(t) + 4\dot{U}(t) \cdot (\Delta t) + \ddot{U}(t) \cdot (\Delta t)^2 \right] + P(t + \Delta t) \cdot (\Delta t)^2 \right\};$$

$$\ddot{U}(t + \Delta t) = \frac{4U(t + \Delta t) - 4U(t) - 4\dot{U}(t) \cdot \Delta t}{(\Delta t)^2} - \ddot{U}(t);$$

$$\dot{U}(t + \Delta t) = \frac{2U(t + \Delta t) - 2U(t) - \dot{U}(t) \cdot \Delta t}{\Delta t};$$

✓ во вспомогательном цикле достаточно выполнить присвоение:

$$U(t + \Delta t + \Delta t) = U(t + \Delta t);$$

начало шагового процесса:

$$t = 0, \quad U(0) = U_0, \quad \dot{U}(0) = \dot{U}_0, \quad \ddot{U}_0 = M^{-1}(P_0 - KU_0).$$

## 2.4. Реальные и синтезированные акселерограммы.

### Требования к расчету

Для особо ответственных сооружений и высоких (более 16 этажей) зданий нормы [15, 16] требуют, чтобы расчет на сейсмические воздействия выполнялся с использованием инструментальных записей землетрясений, наиболее опасных для данного здания или сооружения, а также синтезированных акселерограмм. При этом следует учитывать возможность развития неупругих деформаций конструкций.

О методике отбора инструментальных записей и о способах создания синтезированных акселерограмм нормы не говорят ничего. Вместе с тем эта задача является нетривиальной. Некоторые указания по ее решению имеются в Еврокоде-8, и они сводятся к тому, что законы колебаний грунта должны быть совместимы с расчетным спектром отклика, принятым для



данной площадки, т.е. их спектры в определенном смысле близки к расчетному.

Это условие считается достигнутым, если выполнены такие требования:

а) использовано не менее пяти акселерограмм;

б) средние значения ускорений спектральной реакции при нулевом периоде собственных колебаний, рассчитанные на основе индивидуальных временных процессов, не меньше, чем величина  $Ag\beta$  для рассматриваемой местности;

в) в интервале периодов, где кривая  $\beta(T)$  имеет постоянное значение, усредненное по всем процессам, значение спектра должно быть не меньше, чем величина  $Ag\beta$ ;

г) ни одно из значений среднего спектра не должно быть ниже соответствующего значения расчетного спектра более чем на 10%.

д) продолжительность периода стационарной части акселерограммы  $T_s$  для эпицентральных местностей должна коррелировать с величиной расчетного ускорения  $A$ , как это указано в табл. 2.3.

Т а б л и ц а 2.3

$A$	0,1	0,2	0,3	0,4
$T_s, c$	10,0	15,0	20,0	25,0

Надо отметить, что если задача вычисления спектра отклика по акселерограмме является однозначной, то обратная к ней неоднозначна, поскольку одному и тому же спектру с определенной степенью точности могут соответствовать разные акселерограммы. В работе [2] отмечается, что в практике разных стран при расчетах АЗС применялось от одной до десяти акселерограмм и что линейно-упругие системы менее чувствительны к конкретным особенностям возмущающего воздействия и для них можно использовать меньшее количество акселерограмм. Напротив, результаты расчетов нелинейных систем могут зависеть от этих особенностей очень сильно, и для них ансамбль расчетных акселерограмм должен быть достаточно большим.

Особую проблему составляет обеспечение статистической независимости используемых акселерограмм и их балансировки. Три компонента акселерограммы должны быть различными и взаимно статистически независимыми, иначе при расчетах с одновременным их использованием результаты будут получаться завышенными. Для проверки статистической независимости пары акселерограмм, например  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ , необходимо вычислить их нормированный коэффициент корреляции  $\rho_{12}$ ;

$$\rho_{12} = \frac{(x_1 - m_1)(x_2 - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (2.47)$$

где угловыми скобками обозначена операция вычисления математического ожидания находящегося в них выражения;

$m$  и  $m_2$  – математические ожидания функций  $\chi_1$  и  $\chi_2$ ;

$\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – их стандартные отклонения. Два компонента считаются статистически независимыми, если  $|\rho_{12}| \leq 0,3$ .

Достаточное разнообразие и независимость инструментальных записей обеспечивают выполнение следующих требований к определенной записи для ее включения в состав расчетного набора. Эти записи должны:

- быть зарегистрированными при землетрясениях с разными магнитудами, с разной глубиной очагов и на разных расстояниях от эпицентра;
- соответствовать разной интенсивности проявления в пунктах регистрации;
- обладать по отношению друг к другу индивидуальными свойствами (например, иметь разные соотношения между максимумами поступательных компонентов в направлениях X, Y, Z).

Типичный такого рода записей представлен в табл.

Т а б л и ц а 2.4

	Категория грунта	Параметры		Максимальные значения ускорений (см/с <sup>2</sup> ) вдоль:			
		M	H, км	R, км	X	Y	Z
I		6,8	19	31	147	133	61
		7,1	18	29	342	310	153
		7,8	33	64	636	418	854
II		6,5	8	39	134	112	47
		7,1	18	18	352	267	499
		7,2	18	26	818	617	332
III		6,8	19	12	621	388	398
		7,1	18	48	362	175	168
		7,9	20	239	227	197	136

П р и м е ч а н и е . M – магнитуда; H – глубина расположения очага; R – расстояние от эпицентра до пункта регистрации.

Что касается балансировки акселерограмм, то отметим следующее. Сейсмические движения грунта носят хаотический, иррегулярный характер. Их значения обычно задают в виде таблиц, которые называются *оцифрованными акселерограммами*. Искажения акселерограмм, возникающие при их записи и оцифровке, могут играть важную роль в расчетах сооружений. Необходимо отметить, что большинство записанных акселерограмм содержат ошибки в длиннопериодной области. К числу простейших ошибок такого класса относятся смещение и поворот нулевой линии акселерограммы. Даже небольшие ошибки такого рода могут

искажить картину перемещений рассчитываемого объекта.

Например, следует обеспечить, чтобы в момент окончания землетрясения расчетная скорость грунта равнялась нулю. В противном случае можно получить нереально большие остаточные смещения. Так, для сейсмичности в баллах  $a = 2 \text{ м/с}^2$  перекося нулевой линии в 1 %, который соответствует воздействию постоянного однонаправленного ускорения  $0,02 \text{ м/с}^2$ , за время действия землетрясения 30 с даст перемещение около 9 м.

Только наложение дополнительных условий (2.50), которое рекомендуется во многих работах, недостаточно для корректного описания смещений грунта.

Сказанное выше относилось к тому случаю, когда используются инструментальные записи землетрясений. Что касается синтезированных акселерограмм, то здесь возможны такие подходы [18]:

- создание пакета акселерограмм, таких, что огибающая их спектров должна соответствовать некоторому заданному спектру (например, спектру ускорений, представленному в виде кривой коэффициентов динамичности в действующих СНиП);
- синтезирование единственного расчетного воздействия в виде узкополосного процесса, опасного для исследуемого сооружения (настроенного на его собственные частоты).

По мнению автора работы [18], при реальном проектировании первый подход не представляет практического интереса, поскольку расчетным оказывается лишь одно воздействие из пакета, которое для линейных систем может быть выделено заранее, а для нелинейной системы нет смысла использовать спектральные кривые.

# УЧЕТ РАБОТЫ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМИКИ

## 3.1. Основные расчетные модели грунтовых оснований

Для учета изменения сопротивления грунтовых оснований по мере деформирования пользуются расчетными моделями, схематизирующими зависимость между нагрузкой на грунтовый массив и его осадкой.

Существующие модели можно разделить на две группы: линейные модели, в которых зависимость между напряжениями и деформациями является линейной, и нелинейные, в которых эта зависимость является нелинейной.

Широкое распространение получили следующие модели и соответствующие им гипотезы:

1. **Гипотеза Винклера** (или гипотеза коэффициента постели). Грунт рассматривается как система опирающихся на жесткое горизонтальное основание и не связанных между собой пружин, сжатие которых возрастает прямо пропорционально приложенной нагрузке. Коэффициент пропорциональности между нагрузкой и деформацией называется коэффициентом постели.

Схематически гипотеза Винклера представляется следующей моделью (рис. 3.1).

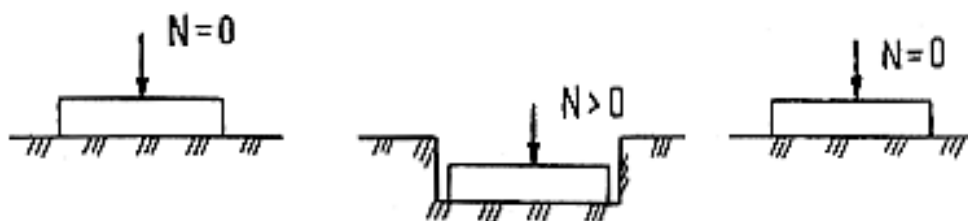


Рис. 3.1. Схема расчетной модели Фусса – Винклера

Таким образом, сопротивление грунта развивается только непосредственно под нагрузкой и в этом сопротивлении не участвует грунт, расположенный сбоку, который не испытывает осадки.

**Модель Фусса** является по принятой классификации неупругой линейной моделью местных деформаций, как и модель Винклера, при нагрузке характеризуется коэффициентом постели. Отличие от модели Винклера заключается в том, что при разгрузке достигнутая на рассматриваемом уровне нагружения осадка является необратимой. Это соответствует бесконечному значению коэффициента постели при разгрузке. Модель используется для расчета конструкций на линейно деформируемом неупругом основании.

Основным недостатком модели Фусса – Винклера является то, что поверхность грунта, как показывают эксперименты, оседает не только непосредственно под штампом (фундаментом), но и вокруг него.

**2. Модель линейно деформируемого полупространства.** Грунт рассматривается как сплошное однородное линейно деформируемое тело, бесконечно простирающееся вглубь и в стороны и ограниченное сверху плоскостью.

В этом случае в сопротивление внешней нагрузке вовлекается все полупространство, и поэтому осадка поверхности полупространства происходит также и сбоку от места приложения нагрузки, распространяясь на большие расстояния (рис. 3.2).

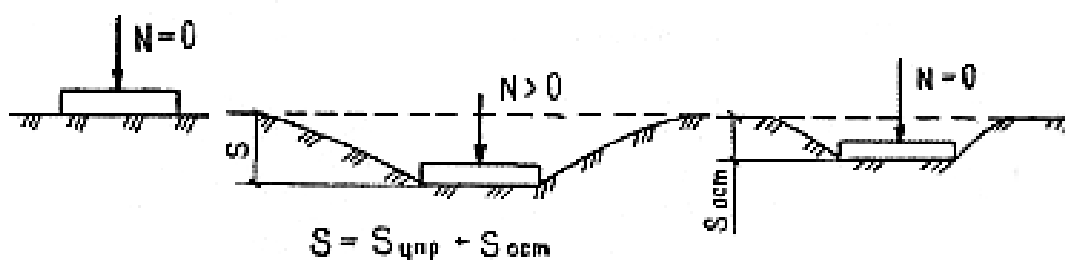


Рис. 3.2. Схема расчетной модели линейно деформируемого полупространства

В расчет вводится не полупространство, а лишь его верхний слой, ниже которого грунт считается несжимаемым (рис. 3.3). Такая модель основания принимается в тех случаях, когда на некоторой глубине залегают скальные породы или слабосжимаемые грунты. Практически за такое основание можно принимать грунты с модулем деформации  $E \geq 100$  МПа.

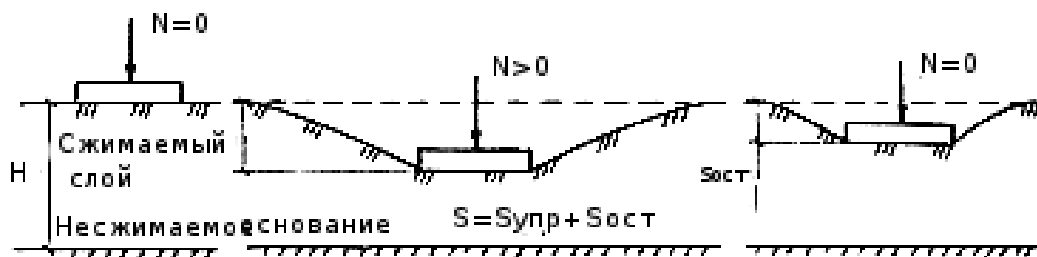


Рис. 3.3. Схема модели линейно деформируемого слоя конечной толщины

**3. Модель среды теории предельного равновесия** (модель среды теории пластичности). Эта модель основана на предположении, что во всех точках грунтовой среды имеются площадки, по которым выполняется условие предельного равновесия. В этой модели принимается положение, что во всех точках грунтовой среды возникает начало состояния предельного равновесия, начало развития пластических деформаций. На рис. 3.4,а приведена модель основания, работающего в условиях предельного равновесия.

4. **Модель упругопластической среды** (смешанная модель теории линейно-деформируемой среды и среды теории предельного равновесия). Эта модель является синтезом двух вышерассмотренных моделей. Данная модель предполагает наличие в грунтовой среде как области среды теории линейно деформируемого тела, так и области состояния предельного равновесия (см. рис. 3.4,б).



Рис. 3.4. Схемы расчетных моделей, схематизирующих зависимость между осадкой и нагрузкой на грунт:  
 а – основание, работающее в условиях предельного равновесия;  
 б – упругого слоя, работающего в условиях смешанной задачи теории упругости и теории пластичности

Описанные выше модели грунтовой среды являются основными в механике грунтов и широко применяемыми при решении прикладных инженерных задач.

При решении задач возникают проблемы не в части математического решения, не в разработке моделей, которых предложено довольно много и которые учитывают многочисленные факторы, а в выборе модели и достоверном определении всех входящих в нее расчетных характеристик грунта. Это достижимо только при полном понимании современных возможностей расчетной модели, полевых исследований и лабораторного эксперимента.

### 3.2. Математические модели оснований зданий и сооружений

При расчёте сооружений по единым комплексным расчётным схемам «здание – фундаментная конструкция – основание» удобно в качестве модели упругого основания принимать модель сжимаемого слоя, которая, по В.З. Власову, приводится к двухпараметрической (квазидвумерной) модели.

Упругое основание (УО) – одно из основных модельных понятий теории сооружений. Под УО понимаются механические расчётные модели упругой среды, сопровождающейся деформированием взаимодействующей с ней конструкции. В задачах строительной механики строительных конструкций

такой средой, как правило, является грунтовое основание. Несмотря на значительное количество предложенных и рассмотренных моделей грунтового основания, единое воззрение научного сообщества по этому вопросу по сих пор не выработано: механические свойства грунтов в природном залегании слишком разнообразны и не поддаются полному учёту.

Первая теория УО основана на так называемой гипотезе Винклера (1867), развитой Циммерманом (1888г.) и предполагающей прямо пропорциональную зависимость между давлением на грунт и вызванной им осадкой точки.

$$g = k_0 w_z . \quad (3.1)$$

Гипотеза Винклера предполагает, что при давлении на поверхность грунта на какой-либо одной малой площадке грунт будет оседать только под ней. Однако опыт показывает, что грунт оседает не только под загруженной областью, под фундаментом, но и вблизи него, т.е. обладает *распределительной способностью*. Естественным показалось применить к задаче о деформируемом основании теорию упругости (Г.Э. Проктор, 1919 г.) и моделировать основание упругой средой, характеризуемой двумя упругими характеристиками однородных и изотропных упругих тел  $E_{гр}$  и  $\mu_{гр}$ . Однако применение теории упругости приводит во многих случаях к значительному преувеличению расчётных величин – прогибов и изгибающих моментов; особенно значительные несоответствия наблюдаются для условий плоской деформации. Гипотеза упругого полупространства (полуплоскости) наделяет среду преувеличенно высокими распределительными свойствами. Эти обстоятельства, как и упрощённая трактовка некоторых экспериментальных данных, на определённом этапе породили скептическое отношение к применимости вообще теории линейно деформируемой среды для задач теории сооружений на УО. Преодоление этого противоречия привело к появлению значительного количества комбинированных моделей грунта. К ним относятся, в частности, модели упругого слоя (С.С. Давыдов, К.Е. Егоров, О.Я. Шехтер, К. Маргерр), характеризуемого модулем деформации  $E_{гр}$ , коэффициентом Пуассона  $\mu_{гр}$  и мощностью сжимаемой (деформируемой, активной) толщи  $H_c$  при различных условиях на границе слоя. Предполагается, что с нагруженным фундаментом взаимодействует ограниченная по высоте область грунтового массива, ниже которой находится недеформируемая область, жесткость которой может быть принята бесконечно большой. При уменьшении мощности слоя эта модель приближается к винклеровской, а при увеличении – к модели упругого полупространства. Именно эта модель рекомендуется действующим СНиП 2.02.01-83 «Основания зданий и сооружений», несмотря на далеко не полную изученность вопроса о назначении расчётной глубины условно сжимаемого слоя (за исключением очевидного случая близкорасположенного скального подстилающего слоя).

К. Вигхардт (1922 г.) предложил учитывать влияние соседних нагрузок на упругую осадку грунта в данной точке под нагруженной поверхностью по убывающей показательной функции:

$$W(r) = P C e^{-Krt} . \quad (3.2)$$

Известны и другие комбинированные модели деформируемого основания, как правило, являющиеся двух- или многопараметрическими.

В первую очередь это модели, предложенные М.М. Филоненко-Бородичем [26], П.Л. Пастернаком [27] и В.З. Власовым [28,29] (совместно с Н.Н. Леонтьевым). М.М. Филоненко-Бородич предложил так называемую «мембранную» и «ламинарную» модели, где «винклеровские» независимые пружины дополняются нерастяжимой нитью с постоянной горизонтальной проекцией натяжения  $T$ , помещенной поверх пружин (в пространственном случае нити заменяются мембранами). Необходимо отметить, что дифференциальное уравнение поверхности мембраны, подкрепленной пружинами, было приведено ранее Т. Карманом при тех же обозначениях.

$$k w - T \nabla^2 w = -q(x, y) . \quad (3.3)$$

П.Л. Пастернак предложил «сплошное упругооседающее и упруговращающееся основание», описываемое двумя независимыми коэффициентами постели:  $C_1$  (кг/см<sup>3</sup>) – коэффициентом сжатия и  $C_2$  (кг/см) – коэффициентом сдвига, учитывающим совместную работу соседних областей упругого основания:

$$-C_1 w + C_2 \nabla^2 w = q(x, y) . \quad (3.4)$$

В.В. Власовым разработана «техническая теория расчёта конструкций на упругом основании», в которой основание рассматривается как однослойная (или многослойная) модель, описываемая двумя (или несколькими) обобщенными упругими характеристиками. Основное дифференциальное уравнение, характеризующее работу однослойного основания по Власову:

$$-K w + 2t \nabla^2 w = q(x, y) . \quad (3.5)$$

Для одномерной однородной задачи, соответствующей (3.3)-(3.5), получим уравнение

$$a^2 w - w'' = 0 , \quad (3.6)$$

в котором обозначено

$$\alpha \cdot \sqrt{\frac{k}{2t}} \quad (3.7)$$



и затухающее решение которого имеет вид

$$w(z) = A \cdot e^{-\alpha z}. \quad (3.8)$$

Таким образом, сопоставление (3.2)-(3.5) и (3.8) показывает, что речь идёт об одной обобщённой модели основания – модели Вигхардта – Филоненко-Бородича – Пастернака – Власова – Леонтьева (подобную модель также рассматривали Э. Рейсснер, А. Керр и М. Хетеньи), уравнение равновесия деформированной поверхности которой имеет вид:

$$-\alpha w + \beta \nabla^2 w = q; \quad (3.9)$$

здесь параметрам  $\alpha$  и  $\beta$  различными авторами дана различная механическая трактовка.

Уравнение (3.9) – это классическое неоднородное уравнение Гельмгольца

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2} + Cu = f(x_k) \quad (3.10)$$

при  $k=2$  и  $C < 0$ .

При  $C=0$  уравнение Гельмгольца переходит в уравнение Лапласа. К уравнению (3.10) приводит изучение установившихся колебательных процессов. Для уравнения Гельмгольца, являющегося уравнением эллиптического типа, в ограниченной области ставятся обычные краевые задачи Дирихле и Неймана. В случае неограниченной области для уравнения (3.10) ставятся внешние краевые задачи, которые при  $C < 0$  имеют единственное решение, стремящееся к нулю на бесконечности. Это свойство уравнения (3.10) используется при построении законтурных «бесконечных конечных элементов» (БКЭ) [30], *моделирующих в технической теории сжимаемого слоя* [31] «бесконечную» осадочную лунку.

Расчёт по моделям (3.2)-(3.8) является промежуточным между расчётами по гипотезе Винклера и гипотезе упругого полупространства и даёт более быстрое затухание осадок поверхности грунта по мере удаления от края фундамента по сравнению с расчетом по теории упругости.

Решение В.З. Власова для «сжимаемого слоя небольшой мощности» в плоской задаче» [28] строится в предположении пренебрежимой малости горизонтальных перемещений:

$$u(x,z) = 0; \quad v(x,z) = \psi(z)V(x) \quad (3.11)$$

и принятии функции поперечного распределения перемещений в виде:

$$\psi(z) = 1 - z/H, \quad (3.12)$$

где  $H$  – высота слоя сжимаемого основания. Таким образом, предполагается, что вертикальные перемещения по высоте слоя распределяются по

линейному закону. Разрешающее дифференциальное уравнение принимает в этом случае вид:

$$-kV + 2tV'' = q. \quad (3.13)$$

Здесь параметры основания  $k$  и  $2t$  определяются через  $E_0$  и  $\mu_0$  и величину  $H$ , которая однозначно определяет значение функции  $\psi(z)$  (3.12). Для пространственной модели упругого основания ограниченной толщины перемещения

$$u(x,y,z) = 0; \quad v(x,y,z) = 0, \quad (3.14)$$

всюду равны нулю, а вертикальные перемещения определяются в виде:

$$w(x,y,z) = \psi(z)W(x,y), \quad (3.15)$$

где  $\psi(z)$  – функция поперечного распределения перемещений, выбираемая «в соответствии с физическими условиями задачи» [28, 29] и удовлетворяющая граничным условиям:

$$\psi(z)_{z=0} = 1; \quad \psi(z)_{z=H} = 0. \quad (3.16)$$

Разрешающее дифференциальное уравнение в этом случае имеет вид:

$$-kW + 2t\nabla^2 W = q(x,y), \quad (3.17)$$

а коэффициенты этого уравнения  $k$  и  $2t$  принимают вид:

$$k = \frac{E_0}{(1-\mu_0^2)} \int_0^H [\psi'_z(z)]^2 dz; \quad 2t = \frac{E_0}{2(1+\mu_0)} \int_0^H [\psi_z(z)]^2 dz, \quad (3.18)$$

где

$$E_0 = \frac{E_{GR}}{1-\mu_{GR}^2}; \quad \mu = \frac{\mu_{GR}}{1-\mu_{GR}}. \quad (3.19)$$

Выражения (3.18) показывают, что коэффициенты  $K$  и  $2t$  – аналоги коэффициента постели и коэффициента, характеризующего распределительную способность основания, – могут быть определены через обычные упругие величины  $E_{гр}(E_0)$  и  $\mu_{гр}(\mu_0)$  при «подходящем» выборе  $\psi(z)$ .

Для описания функции  $\psi(z)$ , кроме выражения (3.12), предлагались априорно различными авторами следующие выражения:

$$\psi_2(z) = e^{-\gamma z}, \quad (3.20)$$

$$\psi_3(z) = \frac{\text{sh}\gamma(H-z)}{\text{sh}\gamma H}. \quad (3.21)$$

Как видно из вышеизложенного, вопрос о назначении функции распределения перемещений по высоте слоя является узловым при

использовании двухпараметрической модели основания, или же при решении задачи В.З. Власова о сжимаемом слое. Решение этой проблемы даётся ниже.

Следуя процедуре метода Канторовича, именуемого в литературе [32] *методом частичного интегрирования* или *методом приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям* (в случае двумерных задач), вернёмся, не нарушая общности, к рассмотрению двумерной задачи Власова (3.11)-(3.13).

Функционал Лагранжа  $\Pi$  полной потенциальной энергии

$$\Pi = \iint_S (\sigma \varepsilon_z + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dS - \int_{(l)} \sum_i q_i w dx = 0 \quad (3.22)$$

в данном случае принимает вид:

$$\Pi = \iint_S \left( \lambda + 2G(\psi'(z))^2 (w(x))^2 + G(\psi(z))^2 \left( \frac{dw}{dz} \right)^2 \right) = - \int_{(L)} q w dz. \quad (3.23)$$

Уравнение Эйлера, являющееся условием экстремума функционала (3.23):

$$\frac{d}{dx} F'_{z'} - F'_{z'} = 0, \quad (3.24)$$

где, например,

$$F'_{z'} = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_z(z) \psi''(z) \int_0^\infty (w(x))^2 dx + 2G \cdot \psi(z) \cdot \psi'(z) \int_0^\infty (w'(x))^2 dx, \\ \frac{d}{dx} F'_{z'} = 2(\lambda + G) \cdot \psi'_z(z) \int_0^\infty (w'(x))^2 dx. \quad (3.25)$$

Для интеграла (3.23) принимает вид:

$$\psi''_z(z) \frac{E_0}{(1 - \mu_0^2)} \int_0^\infty [w(x)]^2 dx - \psi(z) \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \int_0^\infty [w'(x)]^2 dx = 0. \quad (3.26)$$

Откуда после введения обозначений:

$$A^2 = \iint_S W^2(x, y) dx dy, \quad B^2 = \iint_S \left[ (W'_x)^2 + (W'_y)^2 \right] dx dy, \quad (3.27)$$

$$g_0 = \sqrt{\frac{1 - \mu_0}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \mu_{<p}}{2(1 - \mu_{<p})}}, \quad (3.28)$$

$$\gamma^2 = \frac{1 - \mu_0}{2} \cdot \frac{B^2}{A^2} = g_0 \frac{B^2}{A^2} \quad (3.29)$$

получаем уравнение (3.26) в виде:

$$\psi''_z(z) - \gamma^2 \psi(z) = 0. \quad (3.30)$$

Общее решение этого уравнения:

$$\psi(z) = C_1 e^{\gamma z} + C_2 e^{-\gamma z}. \quad (3.31)$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий (3.16):

при  $z=0$ ,  $\psi(z)=1$

$$C_1 + C_2 = 1$$

при  $z=H$ ,  $\psi(z)=0$

$$C_1 e^{\gamma H} + C_2 e^{-\gamma H} = 0 \quad (3.32)$$

в виде:

$$C_1 = \frac{e^{-\gamma H}}{e^{-\gamma H} - e^{\gamma H}}, \quad C_2 = \frac{e^{\gamma H}}{e^{-\gamma H} - e^{\gamma H}}. \quad (3.33)$$

Но по определению гиперболическая функция:

$$sh \gamma H = \frac{e^{\gamma H} - e^{-\gamma H}}{2}. \quad (3.34)$$

С учётом (3.34) общее решение (3.31) уравнения (3.30) принимает вид (3.21), где параметру  $\gamma$  присвоен индекс 3 –  $\gamma_3$ . Из (3.29) следует, что переменный параметр  $\gamma_3$  является также функцией  $\mu_0$  ( $\mu_{гр}$ ). Этот факт учитывается при разработке методики определения коэффициентов двухпараметрической модели – «методики численных штамповых испытаний» [31]. Из (3.32) следует, что при  $H_C \rightarrow \infty$ , т.е. для модели упругого полупространства, «затухающее» решение уравнения (3.30) может быть только одно – решение (3.31), принимающее вид (3.20), где параметру  $\gamma$  присвоен индекс 2 –  $\gamma_2$ , т.е. постоянные интегрирования принимаются в виде:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = 1.$$

Однако подстановка  $H_C \rightarrow \infty$  в (3.32) даёт несовместимую систему уравнений:

$$\text{при } z=0 \quad C_1 + C_2 = 1,$$

$$\text{при } z=H \quad C_1 \cdot \infty + C_2 \cdot 0 = 0$$

с детерминантом, равным  $-\infty$ . Это одно из проявлений погрешности рассматриваемого приближенного решения Власова для упругого слоя. Основная же погрешность рассматриваемого решения заключается в нарушении закона парности касательных напряжений на дневной поверхности  $z=0$ .

При  $\gamma \rightarrow 0$  для (3.21) осуществляется предельный переход по правилу Лопиталья, получаем решение в виде (3.12). Выражения (3.27)-(3.29)

позволяют следующим образом объяснить это явление:  $\gamma = 0$  при  $B = 0$ , т.е. при отсутствии «сдвиговой» части осадочной лунки. Отсюда следует, что жесткость «штампа» бесконечно велика по отношению к жесткости основания. Основание является при этом «пружинным» в данной точке, но не «винклеровским» в целом, поскольку оба коэффициента (3.18), постоянные для всей расчетной области, отличны от нуля и при этом определяются следующими формулами:

$$K = \frac{E_0}{1 - \mu_0^2} \cdot \frac{1}{H_c}, \quad 2t = \frac{E_0}{2(1 + \mu_0)} \cdot \frac{H_c}{3}. \quad (3.35)$$

Эти коэффициенты, обозначая их через  $C_1(K)$  и  $C_2(2t)$ , получает П.Л. Пастернак «без общего вариационного метода» [27], непосредственно из рассмотрения равновесия «столбика грунта», фактически же принимая распределение перемещений по линейному закону. Поэтому упругое двухпараметрическое основание, описываемое уравнением (3.17) с величинами  $K$  и  $2t$ , вычисляемыми по (3.35), логично именовать «моделью основания П.Л. Пастернака». А при замене обозначений параметров на  $C_1$  и  $C_2$  получаем уравнение (3.4).

Свойство перерождения гиперболической функции распределения перемещений по высоте слоя  $\psi(z)$  в линейную при  $\gamma_3 \rightarrow 0$  использовано при исследовании влияния на параметры рассматриваемой модели относительной жесткости плиты и основания – уточнении параметра этой жесткости (М.И. Горбунова-Посадова)  $r_{кр}$  [32].

Таким образом, все три априорно предложенных ранее различными авторами выражения для  $\psi(z)$  – (3.12), (3.20), (3.21):

$$\psi_1(z) = 1 - z/H, \quad (3.36)$$

$$\psi_2(z) = e^{-\gamma_2 z}, \quad (3.37)$$

$$\psi_3(z) = \frac{sh\gamma(H - z)}{sh\gamma_3 H} \quad (3.38)$$

являются решениями дифференциального уравнения (3.30) при граничных условиях (3.16).

Для плоской задачи при «бесконечной» сжимаемой толще в силу интегрируемости одномерных выражений (3.27) из уравнения (3.30) можно получить аналитически двухстороннюю оценку параметра  $\gamma_2$ , используя (3.37) для частного случая – «бесконечно» жесткой балки. Уравнение (3.30) получено В.И. Сливкером [33] из условия стационарности функционала (3.22) при фиксированном значении функции  $w(x,y)$  и варьировании по  $\psi(z)$ . Такой подход трактуется автором [33] как «получение наилучшего приближения по энергии».

Параметр  $\gamma_3$  характеризует *затухание* (четной) функции  $\psi_3(z)$  по высоте сжимаемого слоя. Чтобы подчеркнуть этот факт, числовые значения параметра  $\gamma_3$  фигурируют как отрицательные числа:

$$\gamma_3 < 0.$$

Также для введения единообразия выражение (3.36) удобно представить в виде:

$$\psi_1(z) = 1 - \frac{z}{H} = 1 + \gamma_1 z, \quad (3.39)$$

где 
$$\gamma_1 = -1/H. \quad (3.40)$$

При  $H \rightarrow \infty$ , осуществляя для (3.38) предельный переход, получаем:

$$\text{Lim} \psi_3(z) = e^{-\gamma_3 z}.$$

Таким образом, при

$$H \rightarrow \infty \quad \psi_3(z) \rightarrow \psi_2(z), \quad |\gamma_3| \rightarrow |\gamma_2|. \quad (3.41)$$

Этот факт подтверждается при проведении «численных штамповых испытаний» [34] идеальной упругой среды ограниченной толщины  $H_c$ ; предельное значение оказывается равным  $\gamma \approx 0,15$  независимо от значения коэффициента Пуассона.

Таким образом, приближенное решение задачи об упругом сжимаемом слое методом Канторовича в том виде, в котором он был предложен [35], даёт *полное* решение задачи В.З. Власова [28, 29].

### 3.3. Учет совместной динамической работы системы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели

Рассмотрим сооружение в виде башни, установленной на железобетонную фундаментную плиту, покоящуюся на грунтовом основании.

При достаточно интенсивных динамических воздействиях упругие свойства фундамента повышаются и, ввиду незначительной протяженности фундаментной плиты башни, ее можно считать абсолютно твердым телом относительно грунтового основания. Будем считать, что основание, или подстилающий слой, упруго реагирует в вертикальном направлении пропорционально вертикальным перемещениям жесткой фундаментной плиты. То есть примем винклеровскую модель грунтового основания (см. рис.3.5). Эта модель наиболее удачно подходит для описания именно динамической работы основания. К тому же от винклеровской модели

достаточно просто перейти к модели нелинейно-упругого основания с жесткой или мягкой упругой характеристикой.

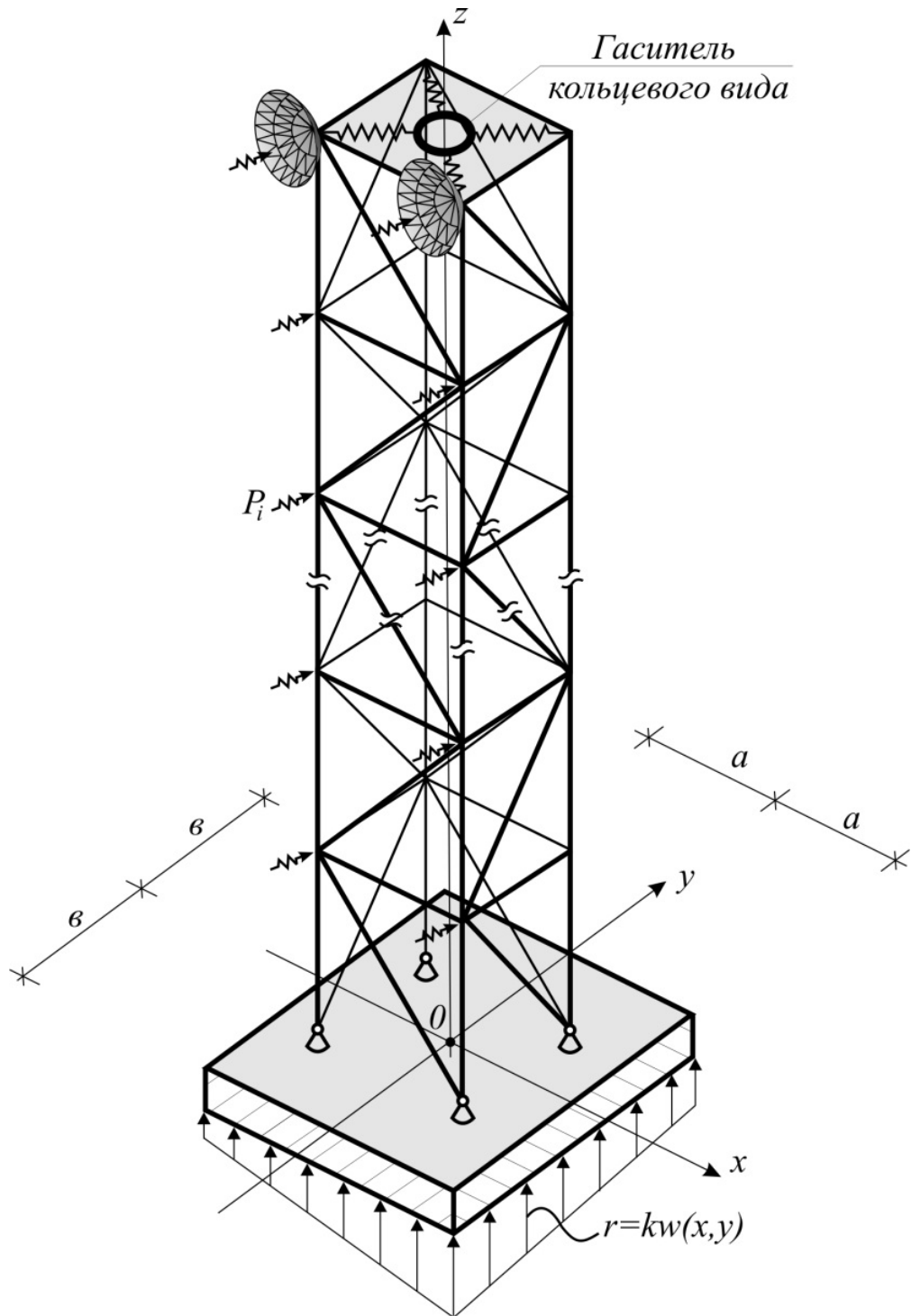


Рис.3.5. Высотное сооружение с фундаментной плитой на винклеровском основании

Условия динамического равновесия фундаментной плиты на упругом основании можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} I_x^m \ddot{\varphi}_x + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum M_x, \\ I_y^m \ddot{\varphi}_x + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum M_y, \\ m_{\text{пл}} \ddot{w}_0 + \iint_A r \cdot y \cdot dx \cdot dy &= \sum N_z. \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Здесь  $I_x^m, I_y^m$  – моменты инерции масс плиты относительно осей  $x$  и  $y$ , соответственно;  $\ddot{\varphi}_x, \ddot{\varphi}_y$  – угловые ускорения плиты при вращении ее вокруг осей  $x$  и  $y$ , соответственно;  $M_x, M_y, N_z$  – моменты внешних сил относительно осей  $x, y$  и проекции внешних сил на ось  $z$ , соответственно;  $\ddot{w}_0$  – ускорение плиты в поступательном движении вдоль оси  $z$ ;  $m_{\text{пл}}$  – масса плиты;  $r$  – интенсивность реакции основания,  $A$  – площадь плиты.

Реакция винклеровского основания может быть определена по формуле

$$r = k \cdot w, \quad (3.43)$$

где  $k$  – коэффициент постели;

$w$  – вертикальное перемещение точки плиты,

$$w = w_0 + \varphi_x \cdot y - \varphi_y \cdot x. \quad (3.44)$$

Здесь  $w_0, \varphi_x, \varphi_y$  – вертикальное перемещение точки, совпадающей в недеформированном состоянии с началом координат;  $\varphi_x, \varphi_y$  – углы поворота плиты вокруг осей  $x$  и  $y$ , соответственно.

Подставляя (3.43) и (3.44) в (3.42) и интегрируя, получаем для главных центральных осей:

$$\left. \begin{aligned} I_x^m \ddot{\varphi}_x + kI_x^A \ddot{\varphi}_x &= \sum M_x, \\ I_y^m \ddot{\varphi}_x + kI_y^A \ddot{\varphi}_y &= \sum M_y, \\ m_{\text{пл}} \ddot{w}_0 + kAw_0 &= \sum N_z. \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

Здесь  $I_x^A, I_y^A$  – моменты инерции площади плиты относительно осей  $x$  и  $y$ , соответственно.

Значения коэффициента постели  $k$  для различных грунтов приведены в табл. 3.1.



Таблица 3.1

№ п/п	Материал основания	$k$ , МПа/м
1	Песок свеженасыпанный Глина мокрая, размягченная	1–5
2	Грунты средней плотности: песок слежавшийся; гравий насыпной; глина влажная	5–50
3	Грунты плотные: песок и гравий, плотно слежавшийся; щебень; глина малой влажности	50–100
4	Грунты весьма плотные: грунт песчано-глинистый, искусственно уплотненный; глина твердая;	100–200
5	Известняк, песчаник, мерзлота	200–1000
6	Твердая скала	1000–15000

Реакцию нелинейно-упругого основания можно смоделировать следующими соотношениями:

а) для основания с жесткой упругой характеристикой в виде

$$r = k \cdot w^h, \quad (3.46)$$

где  $h > 1$ ;

б) для основания с мягкой упругой характеристикой

$$r = k \cdot w - k_3 \cdot w^3. \quad (3.47)$$

Коэффициент  $k_3$  определяется из соотношения

$$k_3 = \frac{k \cdot w_{nn} - r_{nn}}{w_{nn}^3}, \quad (3.48)$$

где  $r_{nn}$  – максимальная возможная реакция в точке основания;

$w_{nn}$  – соответствующее перемещение.

Коэффициент  $k_3$  может быть вычислен из соотношения:

$$k_3 = \frac{4}{27} \frac{k^3}{r_{nn}^2}. \quad (3.49)$$

Последнее вытекает из экстремума функции  $r$ .

Таким образом, система динамического равновесия «сооружение – гаситель» расширится на три уравнения с тремя неизвестными функциями  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  и  $w_0$ . При этом перемещения опорных узловых точек сооружения (башни) в вертикальном направлении  $u_p$  из числа фиксированных перемещений перейдут в состав переменных, связанных с плитой соотношениями вида

(3.44). Здесь индекс  $p$  равен номерам вертикальных перемещений. Строки матрицы жесткости системы «сооружение – гаситель» дополняются элементами

$$\begin{aligned} k_{i,(n-2)} &= k_{i,p}; \\ k_{i,(n-1)} &= k_{i,p} \cdot y_l; \\ k_{i,(n)} &= k_{i,p} \cdot x_l. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Здесь  $i$  – номер строки ( $i = 1, 2, \dots, n-2$ );  $l$  – номер опорного узла, соответствующего перемещению  $p$ ;  $n$  – количество неизвестных перемещений системы «основание – сооружение – гаситель».

При определении собственных частот системы ОСГ (основание – сооружение – гаситель) необходимо иметь в виду, что в правых частях уравнений (3.45) стоят, вообще говоря, внутренние силы. Поэтому эти уравнения целесообразно переписать, переместив правые части влево, одновременно выразив внутренние силы через узловые перемещения.

В ряде случаев фундаменты опорных узлов высотных сооружений могут быть выполнены независимыми друг от друга. В этих случаях упругую реакцию основания каждого фундамента легко определить с помощью соотношения

$$r_i = k_i A_i, \quad (3.51)$$

где  $A_i$  – площадь основания  $i$ -го фундамента. Такая форма записи позволяет моделировать местные ослабления или, наоборот, местные жесткие включения грунтовых оснований.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ ПО ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

## Основные понятия динамики конструкций

1. Число степеней свободы системы.
2. Свободные и вынужденные колебания линейного неконсервативного осциллятора.
3. Свободные и вынужденные колебания дискретных систем.
4. Свободные и вынужденные колебания континуальных систем.
5. Приближенные методы вычисления собственных частот и форм.

## Исходная сейсмологическая информация

1. Общее понятие о землетрясениях.
2. Виды и природа землетрясений: современные представления.
3. Типы глубинных разломов при тектонических землетрясениях.
4. Сейсмические волны, родившиеся в очаге землетрясения.
5. Параметры сейсмических волн.
6. Характеристики силы землетрясения. Сейсмические шкалы.
7. Количественные характеристики сейсмических движений грунта.
8. Пиковые значения сейсмических движений грунта.
9. Законы сейсмических колебаний грунта.
10. Спектры отклика.
11. Проектное и максимальное расчетное землетрясения.
12. Пиковые значения ускорений грунта.
13. Расчетные спектры отклика.
14. Расчетные законы колебаний грунта.

## Расчет силовых воздействий на здания и сооружения при землетрясениях

1. Сейсмические воздействия на сооружения.
2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам.
3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения.
4. Реальные и синтезированные акселерограммы.

## **Методы расчета конструкций на сейсмостойкость**

1. Статическая теория сейсмостойкости.
2. Динамический анализ.
3. Анализ с использованием интегральных преобразований.
4. Линейно-спектральная теория сейсмостойкости.
5. Модальные инерционные сейсмические нагрузки.
6. Модальный сейсмический отклик системы.
7. Суммарный (расчетный) сейсмический отклик системы.
8. Число собственных форм, учитываемых в расчете.
9. Учет многокомпонентности сейсмического воздействия.
10. Одновременный учет нескольких компонент отклика.
11. Преимущества и недостатки линейно-спектральной теории сейсмостойкости.

## **Схематизация зданий для расчета вынужденных сейсмических колебаний**

1. Общие требования к расчетной схеме здания.
2. Основная система и подсистемы.
3. Примеры схематизации зданий.
4. Абсолютно твердое тело.
5. Стержни с сосредоточенными массами.
6. Рамы с сосредоточенными массами.
7. Схематизация по методу конечных элементов.
8. Эквивалентные модальные осцилляторы.
9. Учет потерь энергии в системе "сооружение – основание".

## **Учет влияния основания в сейсмических расчетах сооружений**

1. Основные расчетные модели грунтовых оснований.
2. Математические модели оснований зданий и сооружений.
3. Учет совместной динамической работы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели.
4. Расчетные динамические характеристики грунтов.
5. Характер влияния основания на колебания сооружения.
6. Метод эквивалентных динамических характеристик основания.

7. Определение расчетного сейсмического воздействия.
8. Эквивалентные динамические характеристики основания.
9. Влияние заглубления сооружения в основание.
10. Прямой метод учета взаимодействия сооружения с основанием.
11. Взаимодействие сооружений через грунт.
12. О практическом применении различных методов учета взаимодействия сооружения с основанием.
13. Особенности расчета несущей способности оснований при сейсмическом воздействии.

### **Обеспечение сейсмостойкости строительных конструкций**

1. Одношаговый и многошаговый сейсмический расчет.
2. Сейсмический расчет строительных конструкций неядерных объектов.
3. Определение инерционных сейсмических нагрузок.
4. Сочетания нагрузок и расчетные прочностные характеристики материалов.
5. Сейсмический расчет строительных конструкций АЭС.
6. Определение инерционных сейсмических нагрузок.
7. Сочетания нагрузок и расчетные прочностные характеристики материалов.
8. Расчет сейсмических усилий в строительных конструкциях.
9. Системы активной сейсмозащиты зданий.
10. Сейсмоизоляция.
11. Адаптивные системы сейсмозащиты.
12. Системы с повышенным демпфированием.
13. Системы с гасителями колебаний.

### **Сейсмические расчеты специальных конструкций**

1. Влияние жидкости на сейсмические колебания конструкции.
2. Протяженные конструкции.

## ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**Вибрация** – движение точки или механической системы, при котором происходят колебания характеризующих его скалярных величин.

**Вибрационная техника** – совокупность методов и средств возбуждения, полезного применения и измерения вибрации, вибрационной диагностики, вибрационной защиты и вибрационных испытаний.

**Вибровозбудитель** – устройство, предназначенное для возбуждения вибрации и используемое самостоятельно или в составе другого устройства.

**Виброметрия** – совокупность средств и методов измерения величин, характеризующих вибрацию.

**Вибрационная защита** – совокупность средств и методов уменьшения вибрации, воспринимаемой защищаемыми объектами.

**Вибрационная устойчивость** – свойство объекта при заданной вибрации выполнять заданные функции и сохранять в пределах норм значения параметров.

**Вибрационная прочность** – прочность при и после заданной вибрации.

**Вибрационные испытания** – испытания объекта при заданной вибрации.

**Вибрационная диагностика** – техническая диагностика, основанная на анализе вибрации объекта диагностирования.

**Виброперемещение** – составляющая перемещения, описывающая вибрацию.

**Виброскорость** – производная виброперемещения по времени.

**Виброускорение** – производная виброскорости по времени.

**Рамах колебаний** – разность между наибольшим и наименьшим значениями колеблющейся величины в рассматриваемом интервале времени.

**Среднее квадратическое значение колеблющейся величины** – квадратный корень из среднего арифметического или среднего интегрального значения квадрата колеблющейся величины в рассматриваемом интервале времени.

**Периодические колебания** – колебания, при которых каждое значение колеблющейся величины повторяется через равные интервалы времени.

**Период колебаний** – наименьший интервал времени, через который при периодических колебаниях повторяется каждое значение колеблющейся величины.

**Частота периодических колебаний** – величина, обратная периоду колебаний.

**Синхронные колебания** – два или более одновременно совершающихся периодических колебания, имеющих равные частоты.

**Гармонические колебания** – колебания, при которых значения колеблющейся величины изменяются во времени по закону.

$$A = \sin(\omega \cdot t + \beta),$$

где  $t$  – время;  
 $A, \omega, \beta$  – постоянные параметры;  
 $A$  – амплитуда;  
 $(\omega \cdot t + \beta)$  – фаза;  
 $\beta$  – начальная фаза;  
 $\omega$  – угловая частота.

**Амплитуда гармонических колебаний** – максимальное значение величины при гармонических колебаниях.

**Сдвиг фаз синхронных колебаний** – разность фаз двух синхронных гармонических колебаний в любой момент времени.

**Угловая частота гармонических колебаний** – производная по времени от фазы гармонических колебаний, равная частоте, умноженной на  $2\pi$ .

**Синфазные гармонические колебания** – синхронные гармонические колебания с равными в любой момент времени фазами.

**Биения** – колебания, размах которых – периодически колеблющаяся величина и которые являются результатом сложения двух гармонических колебаний.

**Частота биения** – частота колебаний значений размаха при биениях, равная разности частот суммируемых колебаний.

**Гармонический анализ колебаний** – представление анализируемых колебаний в виде суммы гармонических колебаний.

**Гармоника** – гармоническая составляющая периодических колебаний.

**Спектр колебаний** – совокупность соответствующих гармоническим составляющим значений величины, характеризующей колебания, в которой указанные значения располагаются в порядке возрастания частот гармонических составляющих.

**Спектр частот** – совокупность частот гармонических составляющих колебаний, расположенных в порядке возрастания.

**Амплитудный спектр** – спектр колебаний, в котором величинами, характеризующими гармонические составляющие колебаний, являются их амплитуды.

**Затухающие колебания** – колебания с уменьшающимися значениями размаха.

**Нарастающие колебания** – колебания с увеличивающимися значениями размаха.

**Логарифмический уровень колебаний** – характеристика колебаний, сравнивающая две одноименные физические величины, пропорциональная десятичному логарифму отношения оцениваемого и исходного значений величины.

**Полоса частот** – совокупность частот в рассматриваемых пределах.

**Декадная полоса частот** – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 10.

**Октавная полоса частот** – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 2.

**Полуоктавная полоса частот** – полоса частот, у которой отношение верхней граничной частоты к нижней равно 2.

**Среднегеометрическая частота полосы** – квадратный корень из произведения граничных частот полосы.

**Бегущая волна** – распространение возмущения в среде.

**Продольная волна** – волна, направление распространения которой коллинеарно траекториям колеблющихся точек среды.

**Поперечная волна** – волна, направление распространения которой ортогонально траекториям колеблющихся точек среды.

**Стоячая волна** – состояние среды, при котором расположение максимумов и минимумов перемещений колеблющихся точек среды не меняется во времени.

**Узел колебаний** – неподвижная точка среды при стоячей волне.

**Пучность колебаний** – точка среды при стоячей волне, в которой размах перемещений имеет максимум.

**Форма колебаний системы** – конфигурация совокупности характерных точек системы, совершающей периодические колебания, в момент времени, когда не все отклонения этих точек от их средних положений равны нулю.

**Случайные колебания** – колебания, представляющие собой случайный процесс.

**Вынуждающая сила** – переменная во времени внешняя сила, не зависящая от состояния системы и поддерживающая ее вибрацию.

**Демпфирование вибрации** – уменьшение вибрации вследствие рассеяния механической энергии.

**Восстанавливающая сила** – сила, возникающая при отклонении системы от состояния равновесия и направленная противоположно этому отклонению.

**Коэффициент жесткости** – взятая с противоположным знаком производная характеристика восстанавливающей силы или момента.

**Коэффициент податливости** – величина, обратная коэффициенту жесткости.

**Свободные колебания** – колебания системы, происходящие без переменного внешнего воздействия и поступления энергии извне.

**Вынужденные колебания** – колебания системы, вызванные и поддерживаемые силовым и кинематическим возбуждением.

**Автоколебания** – колебания системы, возникающие в результате самовозбуждения.



**Собственная частота колебаний линейной системы** – любая из частот свободных колебаний линейной системы.

**Собственная форма колебаний системы** – форма колебаний линейной системы, колеблющейся с одной из собственных частот.

**Резонансные колебания** – вынужденные колебания системы, соответствующие одному из максимумов амплитудно-частотной характеристики.

**Амплитудно-частотная характеристика** – зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты гармонического возбуждения с постоянной амплитудой.

**Активная виброзащита** – вибрационная защита, использующая энергию дополнительного источника.

**Пассивная виброзащита** – вибрационная защита, не использующая энергию дополнительного источника.

**Виброизоляция** – метод вибрационной защиты посредством устройств, помещаемых между источником возбуждения и защищаемым объектом.

**Динамическое гашение вибрации** – метод вибрационной защиты посредством присоединения к защищаемому объекту системы, реакции которой уменьшают размах вибрации объекта в точках присоединения системы.

**Виброизолятор** – устройство, осуществляющее виброизоляцию.

**Демпфер** – виброзащитное устройство или его часть, создающая демпфирование вибрации.

**Динамический виброгаситель** – устройство, осуществляющее динамическое гашение вибрации.

П р и м е ч а н и е . Термины и определения взяты из [1].

- **Антисейсмическое проектирование** – комплекс специальных технических мероприятий, направленных на обеспечение сейсмостойкости вновь проектируемых или реконструируемых энергетических объектов.

- **Сейсмостойкость объекта** – способность его конструкции сохранять в определенной мере сеймопрочность, сеймоустойчивость (стойкость к опрокидыванию, смещению, формоизменению), герметичность, работоспособность и безопасность для персонала и населения во время и после землетрясения.

- **Землетрясение** – колебание земной поверхности, вызванное образованием очага высвобождения энергии деформации в некоторой зоне земной коры.

- **Интенсивность землетрясения** – мера его воздействия на объекты, выражаемая баллами сейсмической шкалы в зависимости от степени разрушения типовых зданий и сооружений, ощущений очевидцев, изменений земной поверхности. Наряду с этим интенсивность может быть выражена и кинематическими параметрами землетрясения (например, ускорением).

- **Сейсмичность** – статистическое распределение интенсивности землетрясения на выделенной территории в зависимости от его повторяемости и наличия возможных очагов; она устанавливается ведомственными картами сейсмического районирования, а также сейсмического микро-районирования площадок строительства.

- **Сейсмодействие** – колебательное принудительное движение условной платформы (основания), сообщающей закрепленному на ней объекту переносное (во внешней неподвижной системе отсчета) ускорение, заданное акселерограммами в общем случае в трех ортогональных направлениях движения.

- **Сейсмическая нагрузка (сеймонагрузка)** – динамическая нагрузка объекта, возникающая при сейсмодействии; представляется инерционными силами и моментами, вызываемыми переносными и относительными ускорениями объекта при колебаниях.

- **Акселерограмма землетрясения** – запись во времени однокомпонентного процесса изменения ускорения (в виде графика или оцифровки) для фиксированного направления: север-юг (N-S), запад-восток (W-E), вертикали (V). Угловые ускорения не фиксируются и не рассматриваются.

- **Аналоговая акселерограмма (АА)** – акселерограмма прошедшего землетрясения, используемая в антисейсмическом проектировании, как правило, с нормированной интенсивностью и выделенной значимой областью.

- **Синтезированная акселерограмма (СА)** – искусственно созданный процесс изменения ускорения во времени, отображающий обобщенные спектральные свойства ряда АА. Например – Модель сейсмического воздействия "СА-482".

- **Ответная акселерограмма (ОА)** – запись ускорения определенной точки, уровня, этажа объекта в ходерасчетного анализа его колебаний. Разновидностью ОА являются поэтажные акселерограммы (ПА) здания или сооружения.

- **Спектр ответа (СО)** – совокупность значений (график, семейство графиков, таблица) абсолютных максимальных ответных ускорений одно-массовой колебательной системы (сейсмоосциллятора) при воздействии акселерограммы, определенных в зависимости от собственной частоты и уровней демпфирования осциллятора. Разновидностью СО являются поэтажные спектры ответа (ПСО) для зданий и сооружений.

- **Спектр коэффициентов динамичности (СКД)** – безразмерный СО, полученный делением всех его значений на абсолютное максимальное ускорение акселерограммы.

- **Обобщенный спектр ответа (ОСО)** – обобщенная совокупность ряда спектров ответа, отражающая наиболее важные объединяющие их свойства. Аналогичное понятие – обобщенный СКД.

- **Статический метод расчета сейсмостойкости** – метод задания сейсмической нагрузки по распределению массы объекта, выбранному масштабу и направлению постоянного ускорения.

- **Линейно-спектральный метод (ЛСМ) расчета сейсмостойкости** – метод определения сейсмической нагрузки с использованием спектра ответа (СО, ОСО, ПСО), а также значений собственных частот и форм колебаний объекта.

- **Метод динамического анализа (МДА) сейсмостойкости** – метод численного интегрирования уравнений движения системы (математической модели объекта) при сейсмическом воздействии, заданном акселерограммами (АА, СА, ПА).

- **Собственная частота колебаний** – число колебательных циклов, совершаемых динамической системой за секунду в процессе ее свободных колебаний по одной из **собственных форм** (циклических взаимосогласованных перемещений). Последние определяются распределением в системе характеристик жесткости и инерции, ее динамических степеней свободы.

**Относительное демпфирование** – безразмерный коэффициент, показатель, параметр (обычно обозначаемый символом «**k**»), характеризующий уровень диссипации (рассеяния) энергии колебательной системы за счет внутреннего трения в ее циклически деформируемых упругих связях. Альтернативный ему параметр демпфирования – логарифмический декремент колебаний, обозначаемый, например, символом «**d**», – соотносится с параметром «**k**» следующим образом:  $k = d/6$  (точное значение -  $d/2\pi$ ).

- **Производная сейсмограмма** – запись сейсмоперемещений во времени, полученная двойным численным интегрированием акселерограммы при корректировке (установлении) нулевой линии перемещений. Такие сейсмограммы отличаются от инструментальных сейсмограмм, записанных на сейсмографах, значительными (до десятков и даже более сотни сантиметров) размахами перемещений, на регистрацию которых не рассчитан ни один сейсмограф. Обратным численным дифференцированием производной сейсмограммы получают скорректированную в области сверхнизких частот спектра ответа акселерограмму, позволяющую корректно рассчитывать подвесные низкочастотные системы (котлы, грузы на стропах, сейсмоизоляционные платформы) и скользяще–катящиеся объекты.

- **Проектное землетрясение (ПЗ)** – землетрясение заданной сейсмичности со средней повторяемостью один раз в 100 лет.

- **Максимальное расчетное землетрясение (МРЗ)** – особо мощное землетрясение со средней повторяемостью один раз в 10 000 лет; обычно превосходит ПЗ по интенсивности в два раза при аналогичных спектральных характеристиках (масштабированное ПЗ).

Вместе с отмеченными выше основными понятиями и терминами в антисейсмическом проектировании могут применяться и другие, более простые понятия, не требующие раскрытия их смысла и четких определений. К таким терминам можно отнести:

- сейсмоускорение (ускорение при сейсмических колебаниях);
- сейсмoperемещение и сейсмоскорость;
- сейсморасчеты (расчеты на сейсмическое воздействие);
- сейсмонагружение;
- сейсмозащита;
- другие варианты технических понятий с приставкой «сейсмо».

### **Сейсмика**

Особо следует отметить часто употребляемый в разных контекстах термин «сейсмика». Он объединяет в себе все то, что, так или иначе, имеет отношение к землетрясениям и сейсмостойкости, а более всего – к геоакустике (сейсмометрия) и геологии (сейсморазведка).

## ОГЛАВЛЕНИЕ

2. РАСЧЕТ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ.....	25
2.1. Сейсмические воздействия на сооружения.....	25
2.2. Кинематическое воздействие на сооружение и расчет сооружения на сейсмические воздействия путем разложения по собственным формам.....	32
2.3. Численные методы решения задач динамики (сеймики). Методы прямого интегрирования уравнений движения.....	36
2.4. Реальные и синтезированные акселерограммы. Требования к расчету.....	40
3. УЧЕТ РАБОТЫ ОСНОВАНИЙ СООРУЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМИКИ.....	48
3.1. Основные расчетные модели грунтовых оснований.....	48
3.2. Математические модели оснований зданий и сооружений.....	50
3.3. Учет совместной динамической работы системы сооружение – фундамент – основание на основе винклеровской модели.....	58
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ ПО ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ.....	92
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	95
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	96
ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	99



Учебное издание

Шеин Александр Иванович

**ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ СООРУЖЕНИЙ.  
ОБЕСПЕЧЕНИЕ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ЗДАНИЙ  
И СООРУЖЕНИЙ**

Учебное пособие

Редактор М.А. Сухова

Верстка Н.В. Кучина

---

Подписано в печать 15.06.2015. Формат 60×84/16.

Бумага офисная «Снегурочка». Печать на ризографе.

Усл.печ.л. 6,28. Уч.-изд.л. 6,75. Тираж 80 экз.

Заказ № 229.



---

Издательство ПГУАС.  
440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28.