

Часть 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1.1 Правила приближенных вычислений и округления чисел

При проведении экспериментальных исследований все числовые значения, получаемые в результате измерения физических величин и вычислений, являются приближенными. Поэтому при выполнении расчетов следует соблюдать правила округления чисел и приближенных вычислений:

- если первая из отбрасываемых цифр есть 0, 1, 2, 3 или 4, то последняя сохраняемая цифра в приближенном числе остается без изменения (округление с недостатком);

- если за последней сохраняемой цифрой следует 5, 6, 7, 8 или 9, за которой следуют одна или несколько значащих цифр, то к сохраняемой цифре прибавляется единица, при этом если последняя сохраняемая цифра 9, то она меняется на 0 и на единицу увеличивается значение предшествующей цифры (округление с избытком);

- если за последней сохраняемой цифрой следует только цифра 5 или цифра 5 с последующими нулями, то округление производится так, чтобы последняя сохраняемая цифра имела четное значение, т.е. она остается неизменной, когда четная, или увеличивается на единицу, когда она нечетная.

При округлении чисел больших 10 нули, не являющиеся верными цифрами, не пишутся, а выделяется отдельно множитель вида 10^x . Например, 368785,7, округленное до трех значащих цифр, должно записываться в виде $369 \cdot 10^3$, или $36,9 \cdot 10^4$, или $3,69 \cdot 10^5$. Допустим, если число 3246 имеет только две верные первые цифры, то его следует писать в виде $32 \cdot 10^2$ или $3,2 \cdot 10^3$. Если в числе 3700 четыре верные цифры, в числе $3,7 \cdot 10^3$ – только две верные цифры. При округлении приближенное значение может быть как больше, так и меньше точного числа.

На практике довольно часто точное значение и погрешность его округления неизвестны. Однако всегда можно указать величину предельной абсолютной погрешности Δa , представляющей положительное число, для которого выполняется неравенство

$$|x - a| \leq \Delta a \quad \text{или} \quad a - \Delta a \leq x \leq a + \Delta a,$$

где x – точное значение числа;

a – приближенное значение числа x .

Предельная абсолютная погрешность для приближенных чисел, независимо от способа их получения, принимается равной половине единицы разряда последней сохраняемой цифры:

$$\Delta a = 0,5 \cdot 10^{-z},$$

где z – число разрядов после запятой.

Например: число $a=3,205$ имеет предельную абсолютную погрешность

$$\Delta a = 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,0005,$$

$$\text{или } x = 3,205 \pm 0,0005.$$

Отношение предельной абсолютной погрешности приближенного числа к этому числу называется предельной относительной погрешностью и часто указывается в процентах.

Например: предельная относительная погрешность числа $a=3,205$ будет равна:

$$\delta_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{0,0005}{3,205} = 0,000156, \text{ или } 0,0156\%, \text{ или } 0,016\%.$$

Если погрешность числа не указана, то считается, что она составляет половину единицы последнего разряда.

Приближенные числа обычно характеризуются количеством сохраненных разрядов после запятой или количеством значащих цифр. Значащими цифрами называются все цифры, кроме нулей, стоящих слева. Ноль считается значащей цифрой, если он стоит между другими значащими цифрами или находится в конце числа и при этом неизвестно, имеются ли единицы соответствующего разряда в данном числе.

Например: числа 234; 70,3; 0,0375; 0,470; 260 имеют по три значащих цифры.

При массовых вычислениях, если не учитываются погрешности каждого отдельного результата, необходимо пользоваться следующими правилами, обеспечивающими получение окончательного результата со всеми верными знаками:

- при сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат необходимо округлить до наименьшего числа десятичных знаков, которое имеется в исходных данных. Числа, содержащие больше десятичных знаков, предварительно округляют, сохранив один лишний десятичный знак по отношению к числу с наименьшим количеством десятичных знаков.

Например: найти сумму $32,4+11,735+2,371+0,245$. Так как первое слагаемое имеет только десятые доли, то округляем остальные слагаемые до сотых долей. После сложения окончательную сумму округляем до десятых долей:

$$32,4+11,74+2,37+0,24=46,75=46,8;$$

- при умножении и делении чисел необходимо предварительно их округлить, сохранив одну лишнюю значащую цифру по отношению к числу с наименьшим количеством значащих цифр. В окончательном результате сохраняется столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр.

Например: найти произведение чисел $2,33,712,2,3256$. Предварительно округляем все числа до сотых долей. После перемножения произведение округляем до десятых:

$$2,30 \cdot 3,71 \cdot 2,33 = 19,88189 = 19,9;$$

- при возведении в квадрат или куб в окончательном результате нужно оставить столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближенное число.

Например: возвести в квадрат число $2,74$:

$$2,74^2 = 7,5076 = 7,51;$$

- при извлечении квадратного или кубического корня в окончательном результате следует оставить столько значащих цифр, сколько их имеется в приближенном подкоренном числе.

Например: извлечь квадратный корень из числа $7,22 \cdot 10^{-6}$:

$$\sqrt{7,22 \cdot 10^{-6}} = 2,687 \cdot 10^{-3} = 2,67 \cdot 10^{-3};$$

- при вычислении сложных выражений необходимо пользоваться приведенными выше правилами в соответствии с видом выполняемых операций. При этом во всех промежуточных результатах следует сохранять одну лишнюю цифру, которая в окончательном результате отбрасывается.

Например: найти числовое значение выражения:

$$\frac{(3,7+15,3074) \cdot \sqrt{3,42}}{2,14 \cdot 4,0176 \cdot 10^6}.$$

В приведенном выражении число $3,7$ имеет наименьшее количество значащих цифр, поэтому все промежуточные результаты вычислений должны округляться до трех значащих цифр, окончательный же результат округляется до двух значащих цифр. Получим:

$$\frac{(3,7+15,31) \cdot \sqrt{3,42}}{2,14 \cdot 4,02 \cdot 10^6} = \frac{19,01 \cdot 1,85}{8,6 \cdot 10^6} = \frac{35,17}{8,6 \cdot 10^6} = 4,09 \cdot 10^{-6} \approx 4,1 \cdot 10^{-6}.$$

1.2 Определение погрешности опыта

Все опытные величины обычно содержат погрешности, обусловленные различными причинами. В зависимости от причин все погрешности можно разделить на следующие группы:

1) систематические, или инструментальные погрешности – вызываемые неисправностями измерительного оборудования, неточностью градуировки шкал, неточностью измерения нагрузок, размеров, деформаций и т.д., которые могут быть устранены или достаточно точно учтены в виде поправок;

2) грубые погрешности – промахи, или брак, вызванные ошибками и упущениями при измерениях (неправильная запись результата, неисправность оборудования, неправильный отсчет по шкале и др.), которые при соответствующем объяснении должны отбрасываться (отсеиваться).

Считается, что при тщательно подготовленном и поставленном исследовании систематические погрешности и промахи отсутствуют.

Задача статистической обработки результатов испытаний сводится к оценке среднего значения и случайной ошибки измеряемой величины. Эта задача является стандартной для обработки результатов любых механических испытаний. Допустим, что для определения некоторой искомой величины Z было проведено n независимых опытов и получен ограниченный ряд значений $X_1, X_2, \dots, X_n$. Совокупность ограниченного ряда из n значений изучаемой величины называется *статистической выборкой* из генеральной совокупности значений величины Z . Как правило, при механических испытаниях объем выборки колеблется от 3 до 15–20 измерений. Так как случайные ошибки измерений обычно подчиняются нормальному закону распределения, то наиболее вероятным значением измеренной величины будет среднее арифметическое из полученных значений измерений:

$$X_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Чем больше случайные погрешности, тем больше разброс, рассеяние измеренных значений. Разброс, рассеяние результатов измерений характеризуется дисперсией и средним квадратическим отклоне-

нием значений измеряемой величины, которые для ограниченной по объему статистической выборки определяются по формулам:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})^2}{n-1},$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})^2}{n-1}},$$

где $X_i - X_{cp}$ – отклонение отдельных наблюдений X_i от среднего арифметического значения X_{cp} , $X_i - X_{cp} = \Delta X$.

Чем больше S^2 и S , тем более рассеяны значения измерений. Для сравнения однотипных величин характеристик признаков служит относительная величина среднего квадратического отклонения – коэффициент вариации:

$$v = \frac{S}{X_{cp}} \cdot 100\%.$$

Среднее арифметическое является тоже случайной величиной, распределенной по нормальному закону, которая, согласно теории вероятности, совпадает с истинным значением измеряемой величины только при бесконечно большом количестве измерений. Поэтому необходимо указывать доверительный интервал средней арифметической X_{cp} для заданного уровня значимости или доверительной вероятности. Величина доверительного интервала определяется средним арифметическим значением X_{cp} , средним квадратическим отклонением S и критерием Стьюдента (псевдоним английского математика и химика В.С. Госсета) t , который зависит от уровня выбранной доверительной вероятности P и числа степеней свободы $k = n-1$:

$$X_{cp} - t \frac{S}{\sqrt{n}} < N < X_{cp} + t \frac{S}{\sqrt{n}},$$

где N – истинное значение исследуемой величины;

$t \frac{S}{\sqrt{n}}$ – значение абсолютной средней ошибки среднего

арифметического измерения.

Достоверное значение измеряемой величины будет определяться доверительным интервалом

$$N = X_{cp} \pm t \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Значения критерия Стьюдента (t) табулированы для различных уровней вероятности и числа степеней свободы $k = n-1$ (таблица 1.1). В практике механических испытаний, когда объем выборки не превышает $n < 20$, обычно уровни доверительной вероятности принимают равными 0,8; 0,9; 0,95; 0,98; 0,99.

При многократно повторяющихся или однократных измерениях величина абсолютной погрешности измерения оценивается приведенной относительной ошибкой прибора, определяемой его классом точности или наименьшим делением шкалы. Класс точности прибора указывает допустимую для него величину приведенной относительной погрешности:

$$k = \frac{\Delta N_{np}}{N_{пред}} \cdot 100\%,$$

где ΔN_{np} – абсолютная ошибка, равная разности между показаниями рабочего и образцового приборов;

$N_{пред}$ – предел измерения шкалы рабочего прибора.

Если класс точности прибора (по тарифовке или паспорту) известен, например $k = 2,0$, предел измерения шкалы $N_{пред} = 200$ мкм, то абсолютную погрешность можно определить по формуле

$$\Delta N_{np} = \frac{k N_{пред}}{100} = \frac{2,0 \cdot 200}{100} = 4 \text{ мкм}.$$

Если класс точности прибора не указан, за величину его абсолютной погрешности принимается половина цены наименьшего деления шкал. Если разность двух смежных измерений одного постоянного признака не превышает ошибку прибора, то результат принимается как окончательный.

Обработку измерений рекомендуется проводить в следующей последовательности:

- 1) определить среднее арифметическое;
- 2) вычислить среднее квадратическое отклонение измеряемой величины;
- 3) проверить результаты опыта на наличие сомнительных измерений, которые являются браком и подлежат отсеиванию;
- 4) определить доверительный интервал среднего арифметического для заданного уровня доверительной вероятности.

Таблица 1.1 – Значения критерия Стьюдента t в функции доверительной вероятности P и числа степеней свободы $k = n-1$

$P \backslash k$	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,100	1,383	1,883	2,262	2,821	3,250
10	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,088	1,303	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,083	1,356	1,782	2,681	2,661	3,005
13	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,075	1,145	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,064	1,325	1,725	2,086	2,52	2,845

1.3 Отсевание сомнительных измерений

При неоднократных измерениях какой-либо величины отдельные измерения могут значительно отличаться от совокупности измерений. Такие измерения должны подвергаться анализу, чтобы впоследствии можно было принять решение – учитывать эти измерения или отсеять их как брак. На практике пользуются следующими простыми методами отсева грубых погрешностей измерений. При нормальном распределении случайной величины вероятность ошибки по абсолютной величине, превосходящей $3S$, составляет всего 0,003, т.е. такие ошибки встречаются в трех измерениях на тысячу. На этом основании при обработке результатов экспериментов, при малом объеме выборки $n \leq 25$, применяется правило трех сигм, а число $\Delta = 3S$

называется наибольшей возможной ошибкой (где S – среднее квадратическое отклонение, вычисленное по основным измерениям). Считают, что если сомнительное измерение отклоняется от среднего арифметического, определенного по остальным измерениям больше, чем на $3S$, т.е.

$$|X_i - X_{cp}| \geq 3S,$$

то такое измерение необходимо или повторить, или отбросить, так как оно является грубой ошибкой (промахом).

В качестве более строгого условия брака можно воспользоваться методом вычисления максимального относительного отклонения:

$$\frac{|X_i - X_{cp}|}{S} \geq t,$$

где X_i – сомнительное измерение;

X_{cp} – среднее арифметическое отклонение, определяемое по остальным измерениям;

S – среднее квадратическое отклонение, определяемое по остальным измерениям;

t – значения, принимаемые по таблице 1.2, в зависимости от уровня значимости H и количества измерений n .

Таблица 1.2 – Зависимость значений t от количества измерений n

$\begin{matrix} n \\ H \end{matrix}$	0,05	0,02	0,01	0,001
1	2	3	4	5
1	15,561	38,973	77,964	779,696
2	4,969	8,042	11,460	36,486
3	3,558	5,077	6,530	14,468
4	3,041	4,105	5,043	9,432
5	2,777	3,635	4,355	7,409
6	2,616	3,360	3,963	6,370
7	2,508	3,180	3,711	5,733
8	2,431	3,053	3,536	5,314
9	2,372	2,959	3,409	5,014
10	2,327	2,887	3,310	4,791
11	2,291	2,829	3,233	4,618

1	2	3	4	5
12	2,261	2,782	3,170	4,481
13	2,236	2,743	3,118	4,369
14	2,215	2,710	3,075	4,276
15	2,197	2,683	3,038	4,198
16	2,181	2,658	3,006	4,131
17	2,168	2,637	2,997	4,074
18	2,156	2,618	2,953	4,024
19	2,145	2,602	2,932	3,979

Уровень значимости на практике обычно принимают от 0,05 до 0,01. Для более точных вычислений уровня значимости принимают $H < 0,01$ (один процент).

1.4 Прямолинейная корреляция

При проведении лабораторных испытаний встречаются случаи, когда невозможно установить явной функциональной связи между исследуемыми величинами. Тогда пользуются теорией корреляции (раздел математической статистики), позволяющей дать количественную оценку степени взаимной связи между исследуемыми величинами.

Если с возрастанием аргумента x значение функции y возрастает, функция называется прямой, если же с ростом значения x значение функции y убывает, функция называется обратной. Статистический материал представляется, как правило, графически в виде поля корреляции, или в табличной форме. Систематизированный статистический материал показывает, что каждому значению аргумента x соответствует не одно, а несколько значений функции y . Коэффициент корреляции r показывает степень (числовую оценку) прямолинейной связи между величинами x и y и вычисляется по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp}) \cdot (y_i - y_{cp})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})^2 \cdot (y_i - y_{cp})^2}},$$

где $(X_i - X_{cp})$ и $(y_i - y_{cp})$ – отклонения от средней арифметической величины по X и y ;

Возможны следующие случаи:

- 1) $r_{xy}=+1,0$, в этом случае имеется прямая функциональная связь величин X и y ;
- 2) $r_{xy}=-1,0$, в этом случае имеется обратная функциональная связь величин X и y ;
- 3) $r_{xy}=0$, в этом случае полностью отсутствует связь величин X и y .

Чем меньше абсолютное значение r_{xy} , тем меньше степень связи между рассматриваемыми величинами.

Считается, что при $r_{xy} > 0,5$ корреляционная связь величин достаточно сильна.

Надежность числовой оценки связи величин определяется ошибкой m_r коэффициента корреляции:

$$m_r = \pm \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n}},$$

где n – количество опытов.

Считается, что значение r_{xy} надежно, если выполняется неравенство

$$r_{xy} \geq 3m_r.$$

Часть 2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ

2.1 Основные понятия и определения

Методы экспериментального определения деформаций и напряжений играют важную роль в инженерной практике. Экспериментальное определение деформаций позволяет выполнить проверку различных теоретических или практических решений, выполняемых на моделях или на реальных объектах.

Выбор области определения напряжений зависит от вида нагружения и решаемой задачи. Для этого рассмотрим связи между деформациями и напряжениями.

При растяжении (рисунок 2.1) под действием сил длина бруса увеличивается с l до l_1 на величину $\Delta l = l_1 - l$, где Δl – абсолютная продольная деформация.

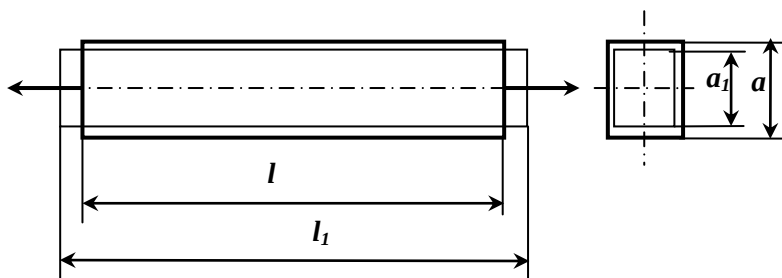


Рисунок 2.1 – Деформация бруса под действием сил

Отношение абсолютной продольной деформации Δl к первоначальному размеру l называется относительной продольной деформацией, то есть

$$\varepsilon = \Delta l / l. \quad (2.1)$$

При растяжении поперечные размеры бруса уменьшаются (рисунок 2.1) с a до a_1 на величину $\Delta a = a - a_1$, где Δa – абсолютная поперечная деформация.

Отношение абсолютной поперечной деформации Δa к первоначальному размеру a называется относительной поперечной деформацией, равной:

$$\varepsilon' = \Delta a / a. \quad (2.2)$$

Следует учитывать, что продольные и поперечные деформации необходимо рассматривать с учетом направления действия сил.

При сжатии бруса продольные и поперечные деформации будут противоположного знака (продольная деформация – укорочение, а поперечная – утолщение).

Отношение относительной поперечной деформации ε' к относительной продольной ε есть упругая постоянная для данного материала и называется коэффициентом Пуассона, то есть

$$\mu = \varepsilon' / \varepsilon. \quad (2.3)$$

Теоретически установлено, что коэффициент μ Пуассона может принимать значения от 0 до 0,5 в зависимости от материала тела (детали). Значения μ для реальных материалов определяют опытным путем.

Для стали $\mu = 0,25-0,33$; для меди – $0,31-0,34$; для чугуна – $0,23-0,27$; для натурального каучука $\mu \approx 0,47$.

Экспериментально установлена связь между относительной продольной деформацией ε и напряжением σ . В пределах малых деформаций (действующее напряжение σ меньше предела пропорциональности) она описывается законом Гука, согласно которому

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (2.4)$$

где E – модуль продольной упругости (модуль Юнга).

Значение модуля продольной упругости для различных материалов определяют опытным путем.

Рассмотрим связь между напряжениями и деформациями не только в поперечных, но и в наклонных сечениях.

Пусть дан брус (рисунок 2.2), нагруженный силами F , площадь поперечного сечения которого A . Напряжение в поперечном сечении равно $\sigma = F/A$.

Определим напряжение в сечении 2-2, составляющем с поперечным сечением 1-1 угол α .

Рассмотрим равновесие нижней от сечения 2-2 части бруса, заменив действие верхней части напряжениями p_α .

Из условия равновесия нижней части

$$\Sigma X = 0; \quad p_\alpha A_\alpha - F = 0$$

определим полное напряжение

$$p_\alpha = F/A_\alpha$$

где A_α – площадь наклонного сечения.

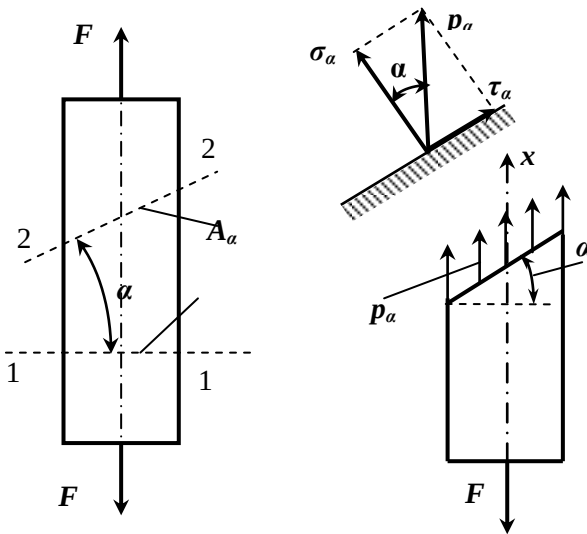


Рисунок 2.2 – Схема нагружения бруса

Учитывая, что $A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$, получим $p_\alpha = \frac{F}{A} \cdot \cos \alpha = \sigma \cdot \cos \alpha$.

Разложим вектор полного напряжения p_α на нормальную σ_α и касательную τ_α составляющие.

Из рисунка 2.2 следует, что $\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha$; $\tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha$.

Подставив вместо p_α его значение, получим:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha; \quad \tau_\alpha = \sigma/2 \sin 2\alpha. \quad (2.5)$$

В общем случае нагружения (пространственная система сил) деформации тела будут происходить в нескольких направлениях.

Так как через каждую точку тела можно провести бесчисленное множество сечений, по которым будут действовать нормальные и касательные напряжения, то получим бесчисленное множество значений p_i , σ_i , τ_i . Вся совокупность p_i , σ_i , τ_i характеризует напряженное состояние в точке.

Для исследования напряженного состояния в точке в её окрестности выделяют элементарно малый объем в виде параллелепипеда (рисунок 2.3). Полное напряжение, действующее по каждой грани параллелепипеда, разложим на нормальную и касательную составляющие. При изменении ориентации параллелепипеда будут изменять-

ся напряжения. Ниже будет показано, что при некотором положении параллелепипеда по его граням будут действовать только нормальные

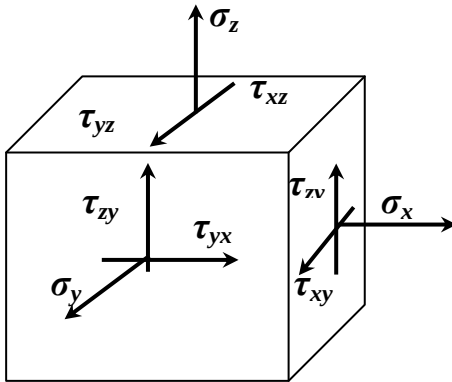


Рисунок 2.3 – Напряжённое состояние

напряжения, а касательные будут равны нулю. Площадки, по которым действуют только нормальные напряжения, называют главными площадками, а сами нормальные напряжения – главными напряжениями. Главных напряжений три (по числу взаимно перпендикулярных граней параллелепипеда), причем наибольшее главное напряжение обозначают σ_1 , а наименьшее – σ_3 , то есть $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

В зависимости от значений главных напряжений различают три вида напряженного состояния в точке: линейное – или $\sigma_1 \neq 0$ или $\sigma_3 \neq 0$, а остальные равны нулю (рисунок 2.4 а); плоское – одно (σ_1 или σ_3) из главных напряжений равно нулю (рисунок 2.4 б); объемное – все главные напряжения не равны нулю (рисунок 2.4 в).

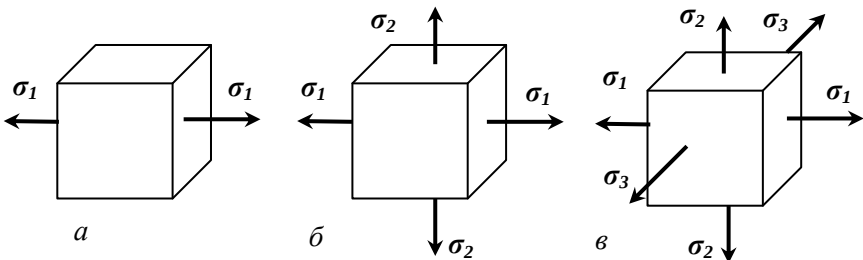


Рисунок 2.4 – Виды главных напряжённых состояний

Установим связь между напряжениями и деформациями для изотропного тела, находящегося в объемном напряженном состоянии.

Выделим элементарный куб со стороной, равной единице, по граням которого действуют главные напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 (рисунок 2.5).

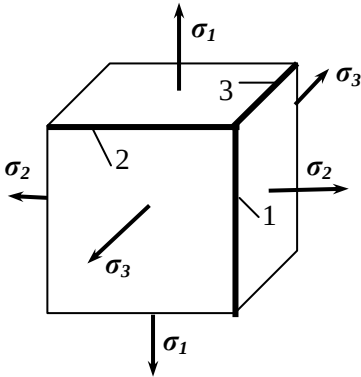


Рисунок 2.5 – Объёмное напряжённое состояние

Ребро, параллельное напряжению σ_1 , обозначим 1, параллельное напряжению σ_2 обозначим 2, а ребро, параллельное напряжению σ_3 , обозначим 3 и определим деформацию каждого из них.

На основании принципа независимости действия сил рассмотрим влияние каждого из напряжений в отдельности.

Под действием σ_1 ребро 1 удлинится на величину ε_1 , определяемую из закона Гука $\varepsilon_1 = \sigma_1/E$, а ребра 2 и 3 укоротятся на величину $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\mu \varepsilon_1$.

Под действием σ_2 ребро 2 удлинится на величину $\varepsilon_2 = \sigma_2/E$, а ребра 1 и 3 укоротятся на величину $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = -\mu \varepsilon_2$.

Действие напряжения σ_3 вызовет удлинение ребра 3 на величину $\varepsilon_3 = \sigma_3/E$ и укорочение ребер 1 и 2 на величину $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\mu \varepsilon_3$.

Тогда для ребер 1, 2, 3, соответственно, получим:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_2}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_3}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)); \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_1}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_3}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)); \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_1}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_2}{E} = \frac{1}{E} (\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)).\end{aligned}\quad (2.6)$$

Эти выражения носят название обобщенного закона Гука.

Если какое-либо напряжение будет сжимающим, то в формулы обобщенного закона Гука его необходимо подставить со своим знаком.

Для плоского напряженного состояния, если, например $\sigma_3 = 0$, будем иметь:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu \cdot \sigma_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu \cdot \sigma_1); \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2).\end{aligned}\tag{2.7}$$

Для линейного (одноосного) напряженного состояния будем иметь:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E}; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} \sigma_1.\end{aligned}\tag{2.8}$$

2.2 Методы определения напряжений и деформаций

Метод хрупких тензочувствительных покрытий используется для изучения полей деформаций и напряжений на поверхности деталей, узлов конструкций при статическом или динамическом нагружении. Он заключается в наблюдении трещин, образовавшихся при нагрузке хрупкого покрытия, предварительно нанесенного тонким слоем на деталь. Измерения проводят путем визуального наблюдения образования трещин в покрытии и их фотографирования. Данный метод позволяет экспериментальным путем выявить направление главных напряжений, наиболее нагруженные зоны.

Метод муаровых полос и сеток основан на возникновении полос «механической» интерференции, являющейся геометрическими местами равных перемещений. Рабочий растр наносят тонким слоем на исследуемую поверхность. Исследование заключается в анализе картин при наложении рабочего и эталонного растра друг на друга. Нахождение на муаровой картине координат точек с равной освещенностью и измерением координат между ними позволяет определить перемещения или деформации.

Метод оптически чувствительных покрытий основан на том, что тонкое покрытие из оптически чувствительного материала, монолитно закрепленного на детали, деформируясь, становится двояколучепреломляющим. При наблюдении через отражательный полярископ видна картина распределения деформаций в виде черных или цветных полос.

Метод голографической интерферометрии основан на регистрации фронта световой волны, рассеянной объектом, по амплитудной характеристике или по фазе.

Для проведения исследований объект должен быть прозрачным и диффузно отражающим. В качестве источника света используют лазер. Он применяется для определения малых перемещений при приложении механических, тепловых и других нагрузок.

Поляризационно-оптический метод позволяет находить поля напряжений и деформаций на плоских или объемных прозрачных моделях. При этом возникает возможность изучать распределение напряжений как по сечению, так и по объему. Он обладает простотой измерений деформаций, наглядностью и высокой точностью.

Метод определения напряжений и деформаций по измерениям в отдельных точках.

Измерение деформаций по точкам производят с помощью приборов (тензометров), тензочувствительные части которых (тензодатчики или тензорезисторы) устанавливают в этих точках. Данный метод получил наибольшее распространение в научных исследованиях и в инженерной практике.

2.3 Тензометры

Тензометры – приборы и устройства, предназначенные для измерения малых деформаций.

Для определения малых деформаций применяются тензометры различных конструкций: зеркальные, рычажные, электрические и др.

2.3.1 Зеркальный тензометр

К образцу 1 (рисунок 2.6) прижимается пластина 2 прибора с помощью струбины 3. На одном конце пластины имеется нож 4, жестко связанный с пластиной. На другом конце между пластиной и образцом расположена призма 5 ромбического сечения. Одним ребром она прижимается к образцу, а другим устанавливается в углубление пластины.

Расстояние l между ножом и ребром призмы является базой прибора, которая выбирается из ряда 50, 100, 150 и 200 мм путём использования пластины необходимой длины.

На общей оси с призмой помещено зеркало. Перед зеркалом на расстоянии L от него установлена рейка с миллиметровой шкалой. Рядом с рейкой установлена зрительная труба, через которую наблю-

дается отраженная в зеркале рейка и производятся отсчеты показаний по рейкам.

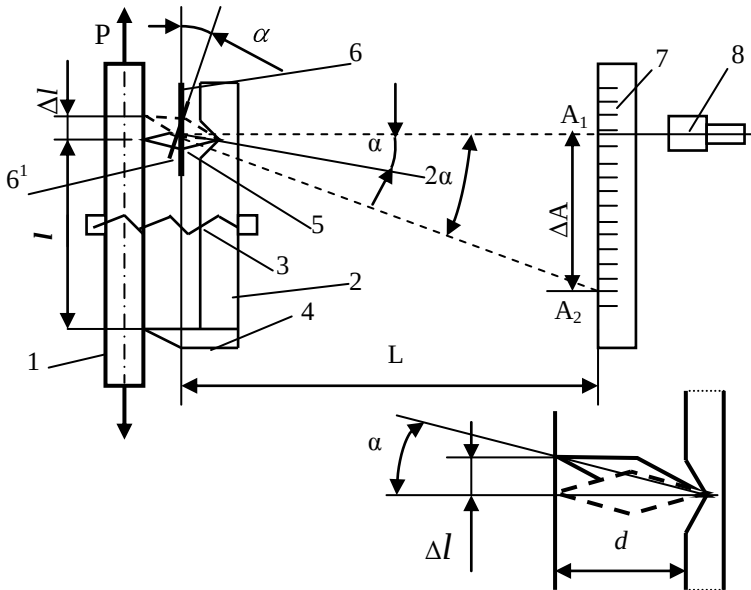


Рисунок 2.6 – Схема зеркального тензометра

Пусть в исходном положении зеркала деление A_1 проецируется на зеркало и отражается от него в зрительную трубу. Этот отсчет и фиксируется наблюдателем по волоску в окуляре.

После удлинения образца на величину Δl зеркало вместе с призмой повернется на угол α и займет положение 6^1 . В зеркальной трубе отразится деление A_2 . Луч, падающий на зеркало от деления A_2 , и луч, отраженный от зеркала, составляют угол 2α . Следовательно,

$$\Delta A = (A_2 - A_1) = L \cdot \operatorname{tg} 2\alpha,$$

а удлинение Δl образца связано с большей диагональю призмы 5 выражением

$$\Delta l = d \cdot \sin \alpha,$$

где d – длина большей диагонали призмы.

Таким образом, при удлинении базы l образца на величину Δl получается приращение показаний ΔA .

Отношение показаний прибора ΔA к истинной величине деформации $\Delta \ell$ называется коэффициентом увеличения тензометра K , равное:

$$K = \frac{\Delta A}{\Delta l} = \frac{L \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}{d \cdot \sin \alpha}. \quad (2.9)$$

Вследствие малости углов α принимают $\operatorname{tg} 2\alpha = 2\alpha$, а $\sin \alpha = \alpha$ и тогда

$$K = \frac{L \cdot 2\alpha}{d \cdot \alpha} = \frac{2L}{d}. \quad (2.10)$$

Учитывая, что расстояние L можно изменить, при известном значении длины диагонали призмы d возникает возможность получить требуемый коэффициент увеличения. Так, при $d = 5$ мм для получения $K = 500$ необходимо взять $L = \frac{K \cdot d}{2} = \frac{500 \cdot 5}{2} = 1250$ мм, а для получения $K = 1000$ – $L = 2500$ мм.

2.3.2 Рычажный тензометр

Корпус 1 рычажного тензометра (рисунок 2.7) имеет неподвижную ножку 2, опирающуюся на образец. Вторая подвижная ножка 3 так же опирается на образец и может поворачиваться в гнезде 4. При повороте верхний конец подвижной ножки 3 вызывает, в свою очередь, поворот стрелки 5, которая представляет собой рычаг, прикрепленный верхним концом к корпусу 1. Нижний конец стрелки 5 перемещается вдоль шкалы 6. Соотношение длин рычагов 3 и 5 таково, что перемещение конца стрелки K раз больше изменения расстояния между ножками тензометра (равного абсолютной деформации образца на этой длине) примерно в 1000 раз. В зависимости от конструкции тензометра коэффициент увеличения может составлять от 300 до 2000. Точное значение коэффициента увеличения приводится в паспорте каждого тензометра. Расстояние между ножками называется базой прибора, которая обычно равна 10 или 20 мм. При применении удлинителей база прибора может быть увеличена до 1000 мм. Тензометр прикрепляется к образцу при помощи специального зажима.

Коэффициент увеличения прибора равен:

$$K = \frac{\Delta A}{\Delta l} = \frac{h_2 \cdot h_4}{h_1 \cdot h_3}, \quad (2.11)$$

где ΔA – приращение показаний тензометра;

Δl – абсолютная деформация на базовой длине.

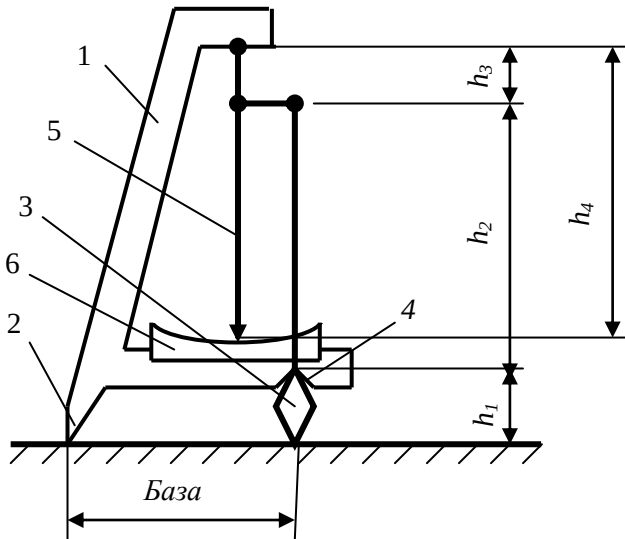


Рисунок 2.7 – Схема рычажного тензометра

2.3.3 Тензорезисторы

Наиболее современными методами измерения деформаций и напряжений являются электрические методы.

Измерение деформаций с помощью электрических методов, возможно, потому что деформация тела вызывает изменение некоторых электрических параметров (сопротивления, емкости, индуктивности). Из электрических методов наибольшее распространение получил метод, основанный на применении проволочных тензометров (датчиков) сопротивления – метод электротензометрии. Тензометры (тензодатчики) – приборы, в основе работы которых лежит явление тензоэффекта. Явление тензоэффекта, открытое Кельвином, состоит в изменении сопротивления проводника при его деформации.

Метод электротензометрии заключается в измерении малых деформаций в отдельных точках детали или модели и последующем переходе от деформаций к напряжениям при использовании закона Гука ($\sigma = E\varepsilon$).

Для измерения относительного удлинения на поверхности тела отмечается отрезок, длина которого до деформации называется базой (s – база). С помощью специальных приборов – тензометров (тензодатчиков) – определяется абсолютное удлинение отрезка Δs и вычис-

ляется средняя относительная деформация на длине базы $\left(\varepsilon = \frac{\Delta s}{s} \right)$.

Если на длине базы напряженное состояние не изменяется достаточно резко, то полученное среднее значение относительного удлинения ε можно считать истинным значением для исследуемой точки. Следовательно, чем меньше база тензометра, тем более близким к истинному значению будет измеренное значение абсолютной деформации участка.

При измерении механических величин обычно используется линейный тензоэффект, который выражается в изменении сопротивления проводника при одноосном его деформировании.

К преимуществам тензометров относятся:

- возможности дистанционных измерений (регистрирующую аппаратуру можно располагать на расстоянии до 30 м от испытуемой детали);
- безынерционность аппаратуры, что особенно существенно влияет на точность при динамических испытаниях;
- малые размеры и простота крепления (наклеивание) датчиков к деталям;
- возможность регистрации быстроизменяющихся процессов при наличии осциллографической аппаратуры;
- возможность многоточечных измерений с одного пульта, что позволяет многосторонне исследовать напряженное состояние конструкции.

Эти преимущества гораздо важнее некоторых недостатков тензометрирования (сложность и высокая стоимость регистрирующей аппаратуры, наличие высококвалифицированного персонала, влияние резких перепадов температуры на чувствительность датчика).

По величине деформации, измеренной при помощи датчиков, вычисляют значения напряжений в соответствующих точках, пользуясь законом Гука. На поверхности исследуемого тела, если эта поверхность непосредственно не нагружена распределенной нагрузкой, имеет место плоское (или, в частном случае, линейное) напряженное состояние, характеризуемое главными напряжениями σ_1 и σ_2 и деформациями ε_1 и ε_2 . Именно эти деформации определяются методом тензометрии. Для изотропного тела они связаны с напряжениями законом Гука:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} \sigma_1 - \mu \cdot \sigma_2 ; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} \sigma_2 - \mu \cdot \sigma_1 ,\end{aligned}\tag{2.12}$$

где E – модуль упругости;

μ – коэффициент Пуассона.

Решая уравнения относительно напряжений, получим:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_1 + \mu \cdot \varepsilon_2 ; \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_2 + \mu \cdot \varepsilon_1 .\end{aligned}\tag{2.13}$$

По измеренным деформациям ε_1 и ε_2 вычисляют напряжения, пользуясь вышеприведенными формулами.

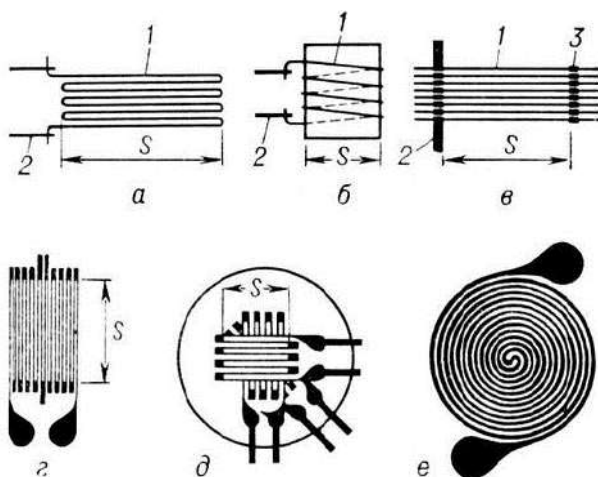
Датчики омического сопротивления представляют собой несколько плоских петель тонкой проволоки диаметром 20–40 мкм или фольги, вклеенных между двумя полосками бумаги, пленки или фольги и присоединенных к выводам (рисунок 2.8).

Для изготовления проволочных датчиков используются константановая, нихромовая или другие проволоки, имеющие высокое сопротивление, например из платиноиридиевого сплава.

Наибольшее распространение получили константановые проволочные и фольговые тензорезисторы.

Чувствительная к деформации проволочная решетка наклеена специальным клеем на бумажную подкладку. Сверху на решетку наклеивается защитный листок. Для присоединения регистрирующих приборов к концам проволочной решетки привариваются выводы. Слой клея крепит датчик к поверхности детали и передает ее деформации проволочной решетке. В результате деформации проволоки в решетке сопротивление датчика изменяется. На этом и основано практическое использование проволочных датчиков для измерения деформаций и напряжений.

Для того чтобы решетка датчика повторила деформации детали, проволоку и бумагу выбирают по возможности тоньше, применяют специальный клей и способы наклейки.



a, б, в – проволочные; *г, д, е* – фольговые;
 1 – проволока; 2 – выводы; 3 – перемычка
 Рисунок 2.8 – Тензорезисторы и их розетки

Работа с датчиками показывает, что при использовании специального клея и приемов наклейки деформация поверхности детали передается чувствительной решетке датчика, как при измерениях, так и при тарировке одинаково. Наклейка тензодатчиков включает выполнение следующих операций.

Подготовка тензорезисторов включает внешний осмотр, проверку сопротивления и очистку.

При внешнем осмотре необходимо проверить: целостность подложки и покровной пленки, отсутствие пятен, разрывов и деформаций на решетке, отсутствие пузырьков воздуха под покровной пленкой.

Тензорезисторы, монтируемые в один измерительный мост тензодатчика, не должны отличаться по сопротивлению более чем на 0,1 Ом.

Перед использованием тензорезисторов их необходимо промыть с обеих сторон ватным валиком, смоченным в спирте. Для тензорезисторов без покровной пленки проводить промывку только в направлении измерительной оси тензорезистора.

Подготовка поверхности исследуемой детали заключается в следующем.

Первым условием прочной приклейки тензорезистора при любой используемой марке клея является тщательная очистка поверхности упругого элемента в месте наклейки. Площадь подготавливаемой поверхности должна в 3–5 раз превышать размеры тензорезистора. Прежде всего на месте наклейки тензорезистора следует полностью удалить с поверхности упругого элемента грязь, жир и ржавчину.

Грязь и жирные вещества удалить путем промывания поверхности подходящим растворителем, например толуолом, четыреххлористым углеродом или бензином.

После удаления ржавчины, грязи и жира образованные при механической обработке упругого элемента шероховатости сгладить мелкозернистым наждачным полотном – до исчезновения всех выступов и выемок на месте предстоящей наклейки тензорезистора. Остающиеся на поверхности риски от наждачного полотна должны пересекаться под прямым углом и образовывать угол в 45° с измерительной осью тензорезистора. Полученная при зачистке чистота поверхности должна несколько превосходить чистоту поверхности при чистовой обточке, соответствующей обозначению $Rz\ 0,8$. При более грубой обработке поверхности могут иметь место повреждение подложки тензорезистора при наклейке и короткое замыкание решетки тензорезистора на деталь.

Полированные поверхности следует перед наклейкой тензодатчиков сделать несколько шероховатыми. Пыль, оставшуюся на поверхности после шлифования, следует удалить кисточкой. После зачистки и шлифовки на место наклейки необходимо нанести линии разметки положения тензорезистора.

Непосредственно перед наклейкой тензорезистора произвести окончательную очистку поверхности упругого элемента. Для этой цели взять пинцетом валик из ваты, смочить его либо толуолом, либо чистым ацетоном и протереть поверхность детали, меняя валики до тех пор, пока вата не будет оставаться совершенно чистой. Протирать необходимо все время в одном направлении (совершая сметающие движения) и не производя обратных движений. После окончательной промывки к подготовленной поверхности нельзя прикасаться даже пальцами и желательно приступить к наклейке тензорезисторов немедленно.

Ацетон, толуол и аналогичные растворители удобно хранить в небьющихся бутылках из полиэтиленовой пластмассы с пробками на резьбе.

Нанесение линий разметки заключается в следующем. Линии разметки не должны заходить на площадку, где будет наклеен тензорезистор. Если разметка производится шариковой ручкой, то чернила не должны содержать едких масел. После нанесения линий разметки поверхность наклейки должна быть промыта в одном направлении ватным тампоном, смоченном в спирте или чистом ацетоне.

Наклейка тензорезисторов выполняется следующим образом. На очищенную поверхность упругого элемента нанести кисточкой слой клея толщиной около 0,02 мм. Размеры площадки, покрытой клеем, должны в 1,2 раза превышать размеры резистора. Сразу после нанесения слоя клея тензорезистор положить без нажима на смазанную клеем поверхность. После этого тензорезистор можно путем осторожного перемещения и поворота точно установить в требуемое положение. При таком перемещении тензорезистор можно брать за выводные проводники или за края. Ни в коем случае нельзя касаться пальцами верхней или нижней поверхности тензорезистора вблизи фольговой решетки.

После установки в требуемое положение на тензорезистор слегка надавить пальцем через кусочек тефлоновой пленки, выжимая из-под датчика большую часть излишнего клея, который удаляют с поверхности упругого элемента с помощью сложенного в виде U-образного скребка из кусочка тефлоновой пленки. На этой стадии приклейки еще допускается небольшое исправление положения датчика.

Затем тензорезистор покрыть кусочком тефлоновой пленки, выступающей за края тензорезистора на 5–10 мм со всех сторон, кроме места крепления выводных проводников. Указательным и средним пальцами левой руки нажать на фильтровальную бумагу в области выводных проводников, прочно прижимая тензорезистор под пленкой и одновременно опираясь пальцами на поверхность детали. После этого указательным пальцем правой руки как валиком «прикатать» тензорезистор к поверхности, несколько раз меняя положение пальца при большой длине датчика. Вместе с клеем из-под датчика удаляются оставшиеся пузырьки воздуха.

В случае наклейки тензорезистора на сильно искривленную поверхность, работа значительно облегчается, если предварительно изогнуть датчик по форме поверхности упругого элемента – лучше всего между двумя кусочками мягкой медной фольги, защищающей место

крепления выводных проводников и предотвращающей обрыв фольги тензорезистора в месте припайки к последним.

Перед помещением упругого элемента в термостат желательно в течение 15 минут дать просохнуть клеевому слою на воздухе.

Зажим тензорезисторов выполняют в такой последовательности. После наклейки тензорезистор последовательно накрыть прокладками из тефлоновой пленки, фильтровальной бумаги, резины и металлической пластиной (или металлический прижим другой формы). Размеры прокладок и пластины должны превышать размеры тензорезистора на 5 мм. После наложения прокладок упругий элемент зажать в струбцинах с такой силой, чтобы давление на резистор составляло 0,1–0,3 МПа.

Термообработка клеевого слоя заключается в следующем. При применении эпоксидных составов упругий элемент вместе со струбцинами поместить в термокамеру и термообработать 2 часа. Скорость подъема температуры – не более 20 °С в минуту.

Разжать струбцины, снять прокладки и провести открытую полимеризацию клеевого слоя при температуре 1650 °С в течение двух часов. Скорость охлаждения – не более 50 °С в минуту.

Примечание. После закрытой полимеризации и перед открытой полимеризацией полное охлаждение упругого элемента до комнатной температуры не является необходимым.

Контроль качества наклейки заключается в выполнении следующих операций:

- проверить точность установки тензорезистора на упругом элементе согласно линиям разметки;
- проверить правильность формы решетки тензорезистора, отсутствие расслоений, загрязнений, воздушных пузырей и др.;
- измерить сопротивление тензорезистора. После наклейки сопротивление тензорезистора не должно отличаться более чем на 0,2% от номинального;
- измерить величину сопротивления изоляции между упругим элементом и решеткой тензорезистора. Напряжение тераомметра не должно быть более 50 В. Сопротивление изоляции тензорезистора должно быть не менее 500 МОм.

Предохранение тензодатчиков от влажности является необходимым условием, так как самая тщательная просушка тензодатчиков не приносит никакой пользы, если не принять меры для предохранения тензодатчиков от влажности.

Толстый слой герметика, нанесенный на тензодатчик и на часть длины выводных проводников, обеспечивает предохранение тензорезистора от сырости в течение многих лет.

Применяемый герметик не должен вызывать деформацию тензорезистора, препятствовать его деформации или искажать деформацию упругого элемента.

При деформации конструкции деформируется и наклеенный датчик, что вызывает изменение длины и площади поперечного сечения проволоки, и соответствующее изменение электрического сопротивления. Изменение сопротивления регистрируется измерительной аппаратурой.

$$\Delta R = k \cdot \varepsilon \cdot R, \quad (2.14)$$

где ΔR – изменение сопротивления датчика;

k – коэффициент чувствительности проволоки (для константановой проволоки $k = 2-2,1$);

R – омическое сопротивление датчика.

Чем длиннее проволока, тем большее изменение ее сопротивления при деформации, следовательно, для более точных измерений выгодно применять датчик из длинной проволоки. Но при неравномерной деформации, длина участка, на которой производится измерение, должна быть малой, поэтому проволоочные датчики изготавливают из длинной проволоки, уложенной в виде петель. Зигзагообразная укладка проволоки позволяет датчику реагировать на деформацию только в направлении x -х и быть нечувствительным в направлении y -у.

Длина петли s является базой датчика (рисунок 2.8). Датчики обычно изготавливают с базами 2,5–20 мм. Наибольшее распространение получили датчики с базой $\ell = 20$ и 25 мм (сопротивлением $R = 100$ и 200 Ом). Маркировка тензорезисторов связана с их устройством. Например, маркировка ПКБ-15-100 обозначает проволоочный, константановый тензорезистор, на бумажной основе с базой 15 мм и сопротивлением 100 Ом. Обозначение ФКП-15-100 расшифровывается так: фольговый, константановый, прямоугольный.

В случаях неоднородного напряженного состояния исследуемой конструкции используются датчики с малой базой. Однако следует учитывать то обстоятельство, что с уменьшением базы датчика качество его работы ухудшается, так как уменьшается сопротивление датчика R ; поэтому требуется более чувствительная регистрирующая аппаратура. При этом сильнее сказывается влияние криволинейных

участков (петель) датчика, не воспринимающих продольные деформации, что приводит к снижению коэффициента чувствительности датчика. Поэтому малобазные датчики используются в случае крайней необходимости.

К концам проволоки прикрепляются более толстые выводные проводники, с помощью которых датчик подключают к регистрирующему прибору.

Таким образом, относительную деформацию можно определить, пользуясь формулой

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{k \cdot R} . \quad (2.15)$$

Величины k и R для данного датчика постоянны, а величина ΔR измеряется регистрирующим прибором.

Так как деформации образцов и деталей машин весьма малы, необходимо определить коэффициент увеличения тензодатчика (отношение показаний регистрирующего прибора к действительной величине деформации).

Расчетным путем нет возможности точно определить коэффициент увеличения датчика. Поэтому коэффициент увеличения определяется с помощью тарирования, для чего датчик наклеивают на образец для растяжения или на балку равного сопротивления для изгиба, деформации которых можно рассчитать или измерить механическим тензомером.

Сопоставляя эти деформации с показаниями датчика, можно определить коэффициент его чувствительности и построить тарировочный график.

Датчик можно использовать только один раз, так как при отклеивании он разрушается. Так как индивидуально тарировать датчики невозможно, поэтому ограничиваются выборочной тарировкой нескольких штук из партии (8–10% от общего количества). Результатами тарировки пользуются для всех остальных датчиков партии.

Проволочные датчики на бумажной основе работают удовлетворительно при величине деформации не более 1–1,5%. Для обеспечения надежной работы приклеенного датчика его необходимо защитить от влаги, покрыв вазелином или слоем парафина.

2.3.4 Параметры проволочных датчиков

Проволочные датчики характеризуются следующими основными параметрами:

- геометрическими размерами решетки;
- коэффициентом чувствительности к деформации Δl ;
- начальным сопротивлением R ;
- мощностью рассеяния W .

Работа с датчиками показывает, что при использовании специального клея и приемов наклейки деформация поверхности детали передается чувствительной решетке датчика как при измерениях, так и при тарировке одинаково.

Свойства проволоочного датчика изменяются в некоторых пределах и зависят от геометрических размеров решетки. У петлевых датчиков база, равная длине прямолинейных участков, изменяется от 3 до 75 мм, ширина решетки изменяется от 10 до 0,03 мм, а радиус закругления петель изменяется от 0,1 до 0,3 мм. Размеры датчика определяются в зависимости от условий его применения.

Коэффициентом чувствительности датчика к деформации называют относительное изменение его начального сопротивления на единицу относительной деформации в направлении оси датчика:

$$k = \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{\chi}}, \quad (2.16)$$

где R – начальное сопротивление датчика;

ΔR – полное приращение сопротивления датчика, возникающее в результате деформации решетки;

ε_{χ} – относительная деформация детали и, следовательно, прямолинейных участков датчика в направлении, совпадающем с осью датчика.

Чувствительность петлевого датчика к поперечной деформации является его серьезным недостатком. Этого недостатка лишены датчики, у которых коэффициент чувствительности датчика совпадает с коэффициентом тензочувствительности металлов, из которых изготовлен датчик (для никеля коэффициент тензочувствительности -12, для платиноиридиевого сплава +6, для константана от +2 до +2,2).

Начальное сопротивление датчика выбирается в пределах от 10 до 300 Ом. В этом случае чувствительность датчика к поперечной деформации не зависит от его сопротивления. Поэтому при выборе величины сопротивления исходят из свойств измерительной аппаратуры, с которой принятое сопротивление должно быть согласовано.

Под мощностью рассеяния датчика принимается количество тепла, отдаваемое датчиком в окружающую среду в единицу времени

при допустимом повышении температуры датчика во время протекания через него электрического тока:

$$W = I^2 \cdot R, \quad Bm, \quad (2.17)$$

где W – мощность рассеяния;
 I – сила тока.

Отсюда допустимое значение тока в датчике определится по формуле

$$I = \sqrt{\frac{W}{R}}. \quad (2.18)$$

Таким образом, допустимое значение силы тока в датчике возрастает при увеличении мощности рассеяния и уменьшении сопротивления датчика. Целесообразнее пользоваться датчиками с большей мощностью рассеяния для упрощения измерительной аппаратуры. Однако возможности датчика ограничены условиями теплоотдачи. Тепло, выделяемое датчиком при прохождении через него тока, должно передаваться металлу, на который наклеен датчик. Поэтому необходимо защищать датчик от теплообмена с атмосферой, а толщина подкладки и слой клея должны быть как можно тоньше. Для улучшения теплоотдачи датчики изготавливают не из проволоки, а из фольги, имеющей большую поверхность теплоотдачи.

2.3.5 Тарировка датчиков

Для определения действительных величин деформаций, напряжений и нагрузок проводится тарировка тензодатчиков, т.е. устанавливается в единицах деформации, напряжения или нагрузки цена одной единицы показаний регистрирующего прибора. Цену деления вычисляют в относительной деформации (для стрелочных гальванометров – это будет цена одного деления шкалы, для цифровых тензометрических мостов – цена одной единицы показаний на табло).

После изготовления проволочные датчики сортируются по сопротивлению и коэффициенту чувствительности к деформации. Для этих целей используют универсальный мост Уитстона, чувствительный гальванометр и специальные тарировочные устройства. Для тарирования датчиков при больших деформациях необходима универсальная разрывная машина.

При тарировке тензодатчиков определяют тарировочный коэффициент, который показывает, какой относительной деформации, напряжению или нагрузке соответствует одна единица показаний

прибора (один миллиметр ординаты осциллограммы, одно деление шкалы стрелочного прибора – одна единица на табло и т.д.). Относительная деформация (ε), напряжение (σ), нагрузка (F) будут определяться по формулам:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 \cdot n, \quad \sigma = \sigma^0 \cdot n, \quad F = F^0 \cdot n, \quad (2.19)$$

где n – величина тензосигнала, т.е. число единиц показаний регистрирующего прибора, соответствующее деформации тензорезистора;

$\varepsilon^0, \sigma^0, F^0$ – соответствующие тарифовочные коэффициенты.

Для определения тарифовочных коэффициентов проводят специальные опыты. При этом, одновременно с измерением исследуемой величины прибором проводится непосредственное измерение этой величины в месте наклейки датчика с помощью других средств (например, измерение деформации – рычажным тензометром, измерение силы – образцовым динамометром и т.д.). Подставляя найденные значения исследуемых величин и число единиц показаний прибора в формулу (2.19), определяют значения тарифовочных коэффициентов:

$$\varepsilon^0 = \frac{\varepsilon}{n}, \quad \sigma^0 = \frac{\sigma}{n}, \quad F^0 = \frac{F}{n}. \quad (2.20)$$

Как правило, тарировку проводят непосредственно на испытуемой детали с учетом сопротивления и длины присоединительных проводов, с подключением всех необходимых приборов и оборудования, входящих в измерительную схему. Если тензодатчики нельзя протарировать непосредственно на детали, тарировку осуществляют на тарифовочной балке, представляющей балку равного сопротивления, у которой во всех поперечных сечениях наибольшие нормальные напряжения одинаковы. Например, можно использовать балку равного сопротивления, закрепленную консольно на жестких опорах и нагружаемую грузом P (рисунок 2.9).

Датчики могут наклеиваться на верхнюю и нижнюю плоскость балки. Длина плеча консольной балки равного сопротивления может быть различной – от 250 до 750 мм. При этом тарировка обеспечивается до напряжения от 0 до 100 МПа при относительной деформации проволоки от 0 до $\pm 5 \cdot 10^{-4}$. Напряжения в тарифовочной балке определяются с погрешностью от ± 1 до $\pm 2\%$ в зависимости от точности изготовления балки, точности изготовления грузов и способа изготовления.

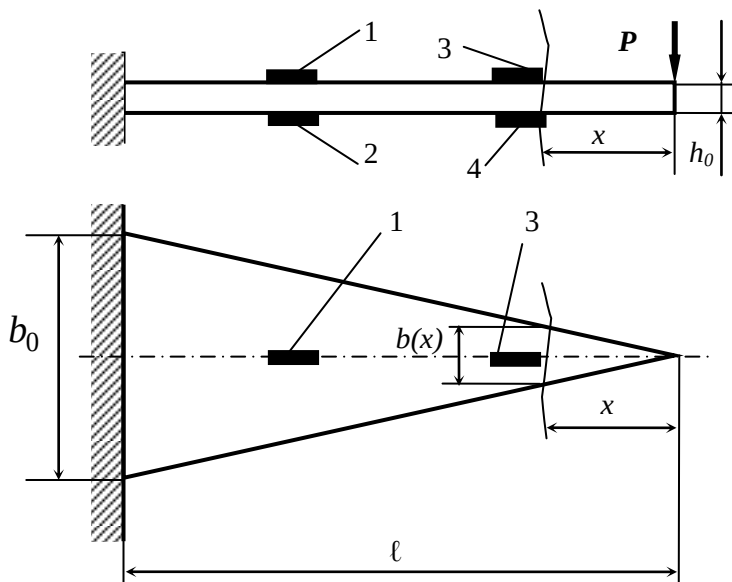


Рисунок 2.9 – Схема тарировочной установки

Обязательным условием при проведении тарировки является наклеивание тензорезисторов одной партии на испытуемую деталь и тарировочную балку. Обычно у датчиков одной партии разброс коэффициента тензочувствительности колеблется в пределах 0,2–1,5%, а разброс сопротивления – в пределах 0,1–0,2%, поэтому следует проводить тарировку по количеству датчиков, равному не менее 5% от числа рабочих датчиков, но не меньше 5 штук.

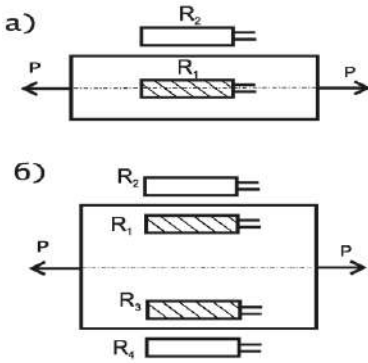
2.3.6 Расположение датчиков на поверхности деталей

Для определения напряжений тензодатчики наклеивают с учетом вида деформации (рисунок 2.10).

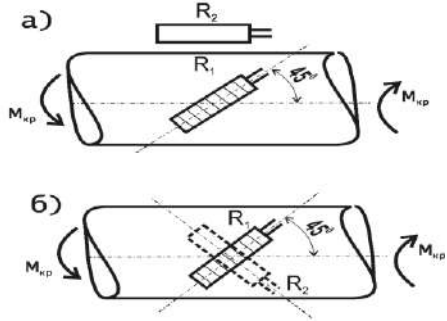
На рисунке 2.10 рабочими являются заштрихованные датчики. Букве «а» соответствуют схемы с одним рабочим датчиком, буквой «б» обозначены схемы с двумя рабочими датчиками.

Если направление главных деформаций неизвестно, что характерно для плоского напряженного состояния, то используют так называемые «розетки» датчиков. «Розетка» позволяет измерять деформации в трех направлениях и путем расчетов определять величину и направление главных деформаций.

растяжение (сжатие)



кручение



изгиб

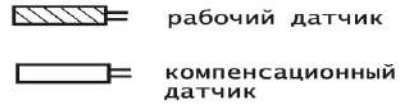
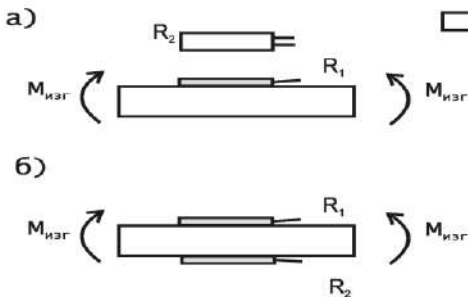


Рисунок 2.10 – Схемы установки датчиков при различных видах деформаций

При плоском напряженном состоянии на поверхности детали действуют напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} , связанные с деформациями соотношениями:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\mu^2)} (\epsilon_x + \mu \cdot \epsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{(1-\mu^2)} (\epsilon_y + \mu \cdot \epsilon_x),$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}. \quad (2.21)$$

Так как тензодатчики не регистрируют деформации сдвига, то в заданной точке тела измеряют линейные деформации ε_α , ε_β и ε_γ с помощью прямоугольной розетки (рисунок 2.11).

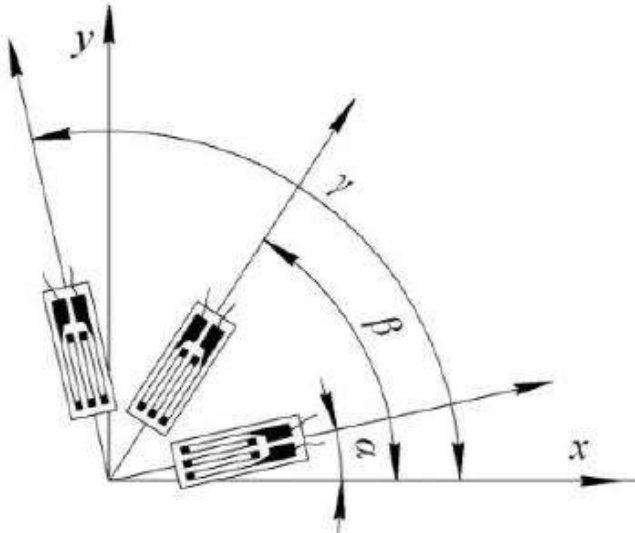


Рисунок 2.11 – Прямоугольная «розетка»

Из решения системы уравнений, описывающих связь деформаций при повороте осей, находят искомые деформации ε_x , ε_y и γ_{xy}

$$\begin{cases} \varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \cos \alpha \cdot \sin \alpha; \\ \varepsilon_\beta = \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_y \sin^2 \beta + \gamma_{xy} \cos \beta \cdot \sin \beta; \\ \varepsilon_\gamma = \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_y \sin^2 \gamma + \gamma_{xy} \cos \gamma \cdot \sin \gamma. \end{cases} \quad (2.22)$$

Если направление главных напряжений на поверхности детали известно хотя бы приблизительно, то датчики A и C трехэлементной прямоугольной розетки ориентируют по этим направлениям (рисунок 2.12).

Для прямоугольной розетки угловое направление датчиков имеет следующее значение $\alpha = 0$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 90^\circ$.

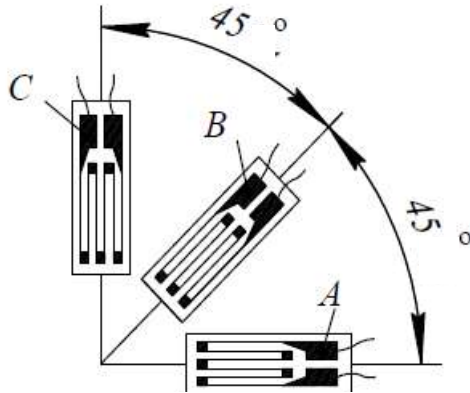


Рисунок 2.12 – Ориентация розетки

Направление главных деформаций (и, следовательно, напряжений) и их величины можно определить для прямоугольной «розетки» по следующим формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} 2\phi = \frac{2 \cdot \varepsilon_{45} - (\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}; \\ \varepsilon_{\max} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2}; \\ \varepsilon_{\min} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{45} - \varepsilon_{90})^2}. \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Главные напряжения определяются на основании известных формул из обобщенного закона Гука:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\max} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_{\max} + \mu \cdot \varepsilon_{\min}) \\ \sigma_{\min} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_{\min} + \mu \cdot \varepsilon_{\max}) \end{array} \right. , \quad (2.24)$$

где $\sigma_{\max} = \sigma_1$; $\sigma_{\min} = \sigma_2$;

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1; \quad \varepsilon_{\min} = \varepsilon_2.$$

Кроме прямоугольной «розетки» применяют равноугольные розетки, когда углы между тремя базами тензометров одинаковы и равны 120° (рисунок 2.13). Такую розетку называют «дельта-розетка».

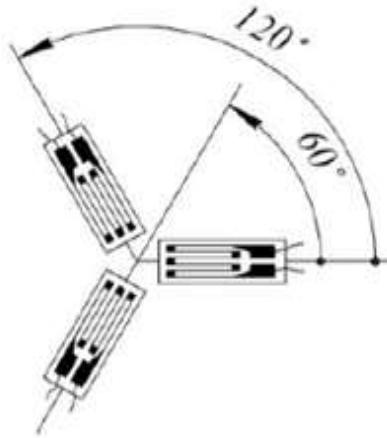


Рисунок 2.13 – Дельта-розетка

Дельта-розетку применяют в тех случаях, когда направление главных напряжений неизвестно даже приблизительно. Эти розетки дают хорошие результаты при наиболее неблагоприятном их размещении на объекте относительно главных напряжений.

Главные деформации ε_1 , и ε_2 в точке измерения, их ориентация относительно оси x , угол α описываются следующими выражениями:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} + \sqrt{\left(\varepsilon_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_\beta - \varepsilon_\gamma}{\sqrt{3}}\right)^2}; \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} - \sqrt{\left(\varepsilon_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_\beta - \varepsilon_\gamma}{\sqrt{3}}\right)^2}; \quad (2.26)$$

$$\alpha = \arctg \frac{\varepsilon_{\beta\gamma} - \varepsilon_\gamma / 3}{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma / 3}. \quad (2.27)$$

Главные напряжения получим, используя закон Гука:

$$\sigma_1 = E \cdot \left[\frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} + \sqrt{\left(\varepsilon_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_\beta - \varepsilon_\gamma}{\sqrt{3}} \right)^2} \right], \quad (2.28)$$

$$\sigma_2 = E \cdot \left[\frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} - \sqrt{\left(\varepsilon_\alpha - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma}{3} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_\beta - \varepsilon_\gamma}{\sqrt{3}} \right)^2} \right]. \quad (2.29)$$

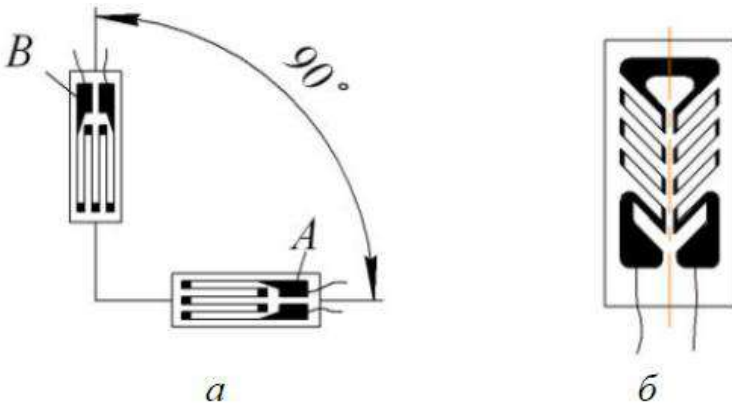


Рисунок 2.14 – Двухэлементные розетки

Если направление главных напряжений на поверхности детали заранее известно, то применяют двухэлементные розетки (рисунок 2.14).

2.3.7 Регистрирующие приборы и устройства

Измерение деформаций с помощью тензодатчиков является сложной задачей, так как изменения его сопротивления при деформации весьма малы. Так, например, при напряжении $\sigma = 10$ МПа, сопротивлении датчика $R = 200$ Ом и коэффициенте чувствительности датчика $k = 2$ изменение сопротивления ΔR будет равно:

$$\Delta R = k \cdot \varepsilon \cdot R = 2 \cdot \frac{10}{2 \cdot 10^5} \cdot 200 = 0,02 \text{ Ом.}$$

Малым изменениям сопротивления тензорезисторов соответствуют и слабые токи (тензосигналы).

Для преобразования таких малых изменений сопротивления в выходные сигналы напряжения, которые могут регистрироваться приборами, применяют в основном мостовые схемы.

Наибольшее распространение получили измерительные мосты (мосты Уитстона), обладающие высокой чувствительностью к изменению сопротивления одного из плеч моста (рисунок 2.15).

Мостовая электрическая схема является главным узлом любого электрического прибора, предназначенного для измерения механических величин с помощью проволочных датчиков сопротивления. Основное назначение моста состоит в том, чтобы преобразовать изменение электрического сопротивления датчика в электрический ток или напряжение.

Мостовые схемы.

Мост состоит из 4 плеч – сопротивлений, соединенных в виде квадрата: R_1 , R_2 , R_3 , R_4 (рисунок 2.15). Чаще всего датчик включают как одно из сопротивлений R_1 моста Уитстона.

Диагональ моста BD называется измерительной диагональю. В нее включается чувствительный гальванометр или осциллограф.

Диагональ AC является питающей, так как к ней подводится напряжение от батареи или выпрямителя. Сопротивления R_1 и R_2 , равные по величине, образуют внешний полумост, а одинаковые по величине сопротивления R_3 и R_4 , – внутренний полумост, смонтированный внутри прибора. Переменное сопротивление в точке D , называемое реохордом, служит для балансировки моста. Сопротивление R_1 представляет тензорезистор, наклеенный на исследуемую деталь. До приложения нагрузки производится балансировка моста, означающая выполнение равенства:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4. \quad (2.30)$$

В этом случае, как известно из электротехники, ток в измерительной диагонали BD будет отсутствовать, т.е. стрелка гальваномет-

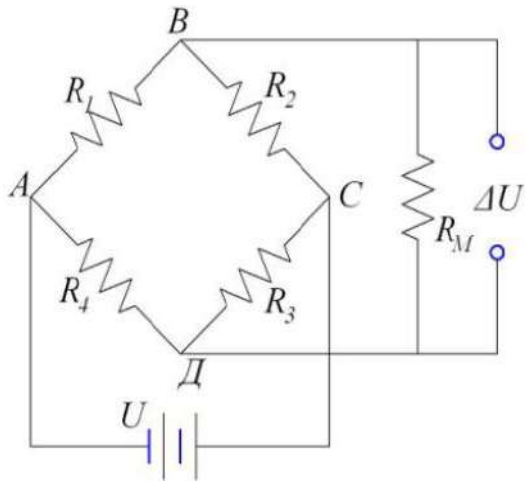


Рисунок 2.15 – Мост Уитстона

ра останется на нуле или луч осциллографа будет чертить нулевую линию на фотобумаге.

Деформация, полученная рабочим датчиком в ходе испытания, приводит к изменению R_1 и соответственно к нарушению баланса. При этом приборы регистрируют показания, отличные от нуля. По показаниям судят о деформации, измеряемой рабочим датчиком R_1 . В результате разбалансирования моста (нарушение равенства 2.30) в измерительной диагонали появится ток i («тензосигнал»), величина которого будет прямо пропорциональна, в общем случае, разности относительных изменений сопротивлений тензорезисторов R_1 и R_2 внешнего полумоста:

$$i = C \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} \right), \quad (2.31)$$

где C – коэффициент, зависящий от напряжения питания и чувствительности тензодатчика.

Подставляя в (2.31) выражение (2.15), получим зависимость, связывающую ток в измерительной диагонали моста с разностью деформаций, воспринимаемых тензорезисторами:

$$i = C \cdot k \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \right) \quad (2.32)$$

Полученная зависимость является основным уравнением электротензометрии.

Приведенной зависимостью пользуются для выбора мест размещения тензорезисторов на детали с целью наилучшего выделения интересующих сигналов и автоматической взаимной компенсации ненужных сигналов.

Основной погрешностью датчиков сопротивления является температурная погрешность, так как во время опыта они воспринимают не только деформацию от прикладываемой нагрузки, но и тепловую деформацию от изменения температуры. При изменении температуры сопротивление проволоки датчиков значительно изменяется. Например, у константанового тензорезистора, наклеенного на стальную деталь, при изменении температуры на 1°C сопротивление меняется на такую величину, как при изменении напряжения в детали на 0,7 МПа. Для компенсации температурной погрешности используют тензорезистор R_2 , который включается во внешний полумост и называется компенсационным (рисунок 2.15). Этот датчик имеет одинаковое сопротивление с рабочим датчиком и должен наклеиваться

на деталь в зоне одинаковой с рабочим датчиком температуры, но в месте, где бы он не испытывал упругих деформаций (на торцах валов, вдоль нейтральных линий и т.д.). Если исключить упругие деформации невозможно, компенсационный датчик наклеивается на отдельную пластину из того же материала, что и испытываемая деталь. Эту пластину располагают рядом с рабочим датчиком для достижения единства значений упругих и температурных величин.

Если температура детали во время опыта изменилась, в полную деформацию рабочего датчика будут входить упругая и температурная деформации, а деформация компенсационного датчика будет состоять только из температурной деформации, так как оба датчика внешнего полумоста находятся в области одинаковых температур:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_y + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_2 = 0 + \varepsilon_t, \quad (2.33)$$

где ε_y и ε_t – соответственно, упругая и тепловая деформации.

Подставив имеющиеся выражения в формулу (2.32), будем иметь:

$$i = C \cdot k \cdot (\varepsilon_y + \varepsilon_t) - C \cdot k \cdot \varepsilon_t = C \cdot k \cdot \varepsilon_y. \quad (2.34)$$

Таким образом, температурные деформации, в результате вычитания, взаимно компенсировались и не повлияли на измерение упругой деформации рабочим датчиком.

Так как датчики обладают высокой чувствительностью к деформации, мост должен обладать не меньшей чувствительностью к изменению сопротивления датчика. Это выглядит особенно убедительным, если оценить величину изменения сопротивления датчика от деформации.

В зависимости от числа датчиков, наклеенных на исследуемую деталь, применяют три модификации мостовой схемы (рисунок 2.16).

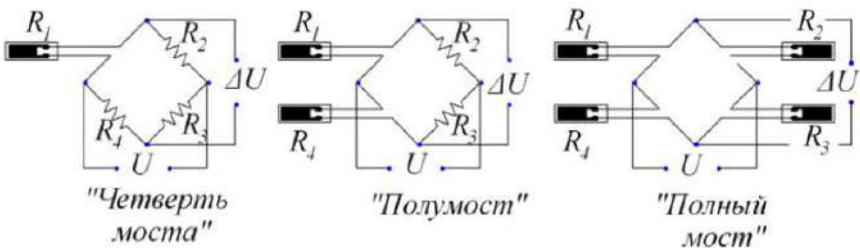


Рисунок 2.16 – Модификации измерительного моста

Рассмотрим область применения и особенности каждой из модификаций.

Схема «четверть моста» с двухпроводным подключением (рисунок 2.16) является самой надежной и экономичной, но может быть использована, когда температура окружающей среды постоянна. Если температура изменяется (например, нагрев соединительных проводов), изменение сопротивления соединительных проводов воспринимается измерительным устройством как деформация детали.

Для компенсации температурных изменений применяют схему **«Четверть моста» с трехпроводным подключением** (рисунок 2.17).

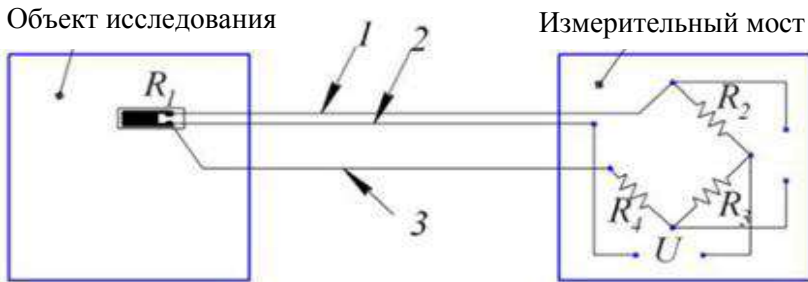


Рисунок 2.17 – Схема «четверть моста», трехпроводное подключение

Соединительные линии 1 и 3 включены в плечи моста и их температура на результаты измерения не влияет. Таким образом, схема «четверть моста» с трехпроводным подключением аналогична подключению одиночного датчика, чувствительна к изменению температуры «датчик – деталь», но не чувствительна к изменению сопротивления проводов.

Схема «полумост» с трехпроводным подключением (рисунок 2.18).

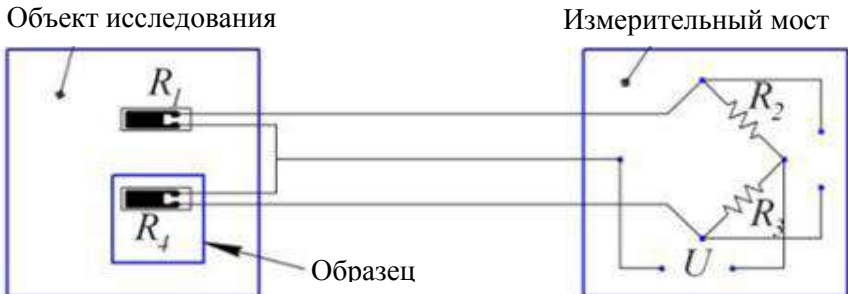


Рисунок 2.18 – Схема «полумост», трехпроводное подключение

В такой схеме тензорезистор R_1 является рабочим, а R_4 – компенсационным, наклеенным на отдельную деталь. Такая схема исключает температурные влияния «деталь – датчик», но требует калибровки измерительного канала от нагрева проводов.

Схема «полумост» с пятипроводным подключением (рисунок 2.19).

При таком подключении напряжение на выходе моста зависит от напряжения питания, которое контролируется аналого-цифровым преобразователем (АЦП).

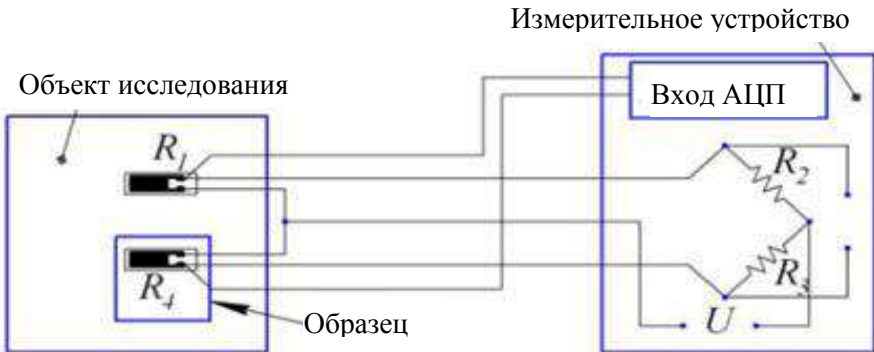


Рисунок 2.19 – Схема «полумост», пятипроводное подключение

При реализации данной схемы подключения датчиков необходимо вносить поправки на колебания напряжения питания (например, программное).

Схема «Полный мост» с четырехпроводным подключением (рисунок 2.20).

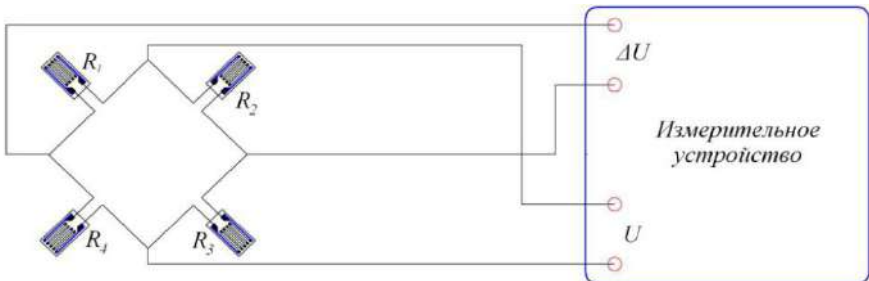


Рисунок 2.20 – Схема «полный мост», четырехпроводное подключение

Чувствительность данного «полного моста» к деформациям может изменяться от нуля до учетверенной чувствительности, в зависимости от того, какие деформации (растяжение или сжатие) испытывают датчики. Если все датчики измеряют деформации одинаковой величины и одного знака, то мост на них не реагирует.

Такая схема не чувствительна к изменению сопротивления проводов и не реагирует на изменение температуры «деталь – датчик»), если все датчики находятся в одинаковых температурных условиях.

Схема «полный мост» с шестипроводным подключением.

Такая схема подключения датчиков, как «полный мост» (рисунок 2.21) отличается от схемы на рисунке 2.20 тем, что она обладает большей точностью, но требует контроля напряжения питания с помощью АЦП.

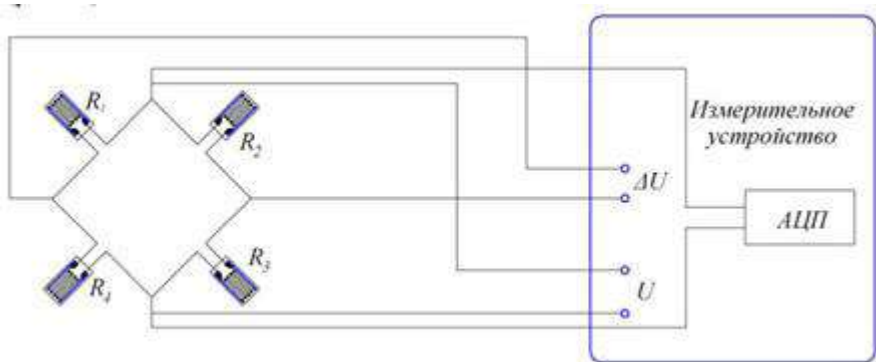


Рисунок 2.21 – Схема «полный мост», шестипроводное подключение

Наиболее распространены два метода измерений, зависящие от схемы включения датчиков:

- метод непосредственного отсчета (схема неуравновешенного моста);
- нулевой метод (схема уравновешенного моста).

3 ИЗМЕРЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

3.1 Тензометрические датчики силы

Тензометрический датчик силы представляет собой упругое звено, которое под действием силы подвергается линейной деформации (рисунок 3.1). На поверхности звена наклеены тензорезисторы, база которых расположена вдоль линии действия силы. Обычно располагают 4 тензорезистора, включенные по мостовой схеме (рисунок 2.20). Эти 4 тензорезистора и являются датчиком силы.

Помимо тензорезисторов для измерения силы используют полупроводниковые тензометры. Эти тензометры изготовлены из кремния, поэтому их чувствительность значительно выше, чем у тензорезисторов. Однако их показания очень сильно зависят от температуры, поэтому область их применения ограничена.

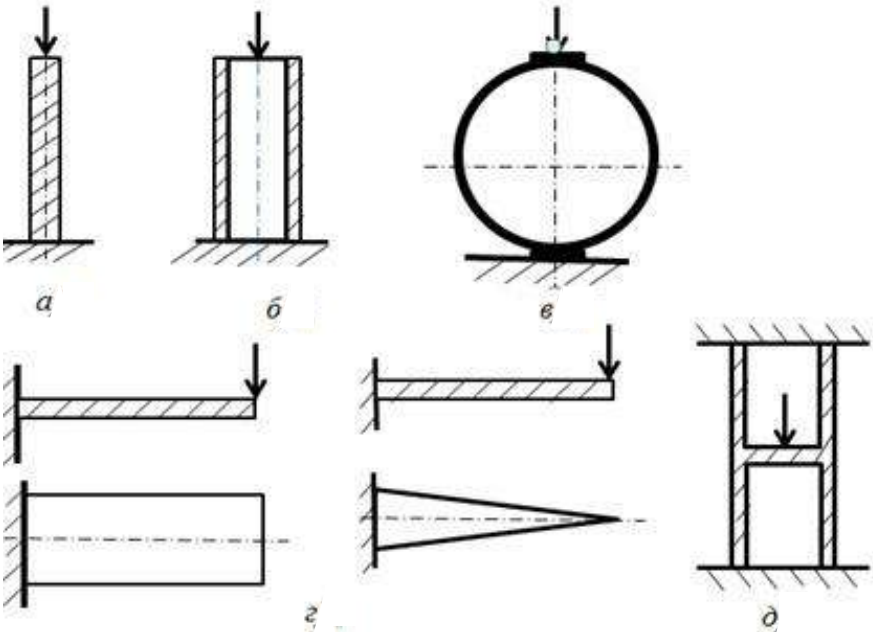


Рисунок 3.1 – Датчики преобразователи силы

Для измерения динамических усилий можно использовать пьезоэлектрический датчик с пьезоэффектом, это возникновение напряжения в кристалле при механическом воздействии.

Для измерения статических нагрузок пьезоэлектрический датчик не подходит.

Известны и другие типы (вибрационные, гидравлические, магнитоупругие и др.), однако наибольшее распространение получили тензорезисторные датчики. Основным элементом датчиков силы является упругий элемент (рисунок 3.1).

Входной величиной упругого элемента является сила, а выходной – перемещение точек, расположенных на его поверхности.

В качестве упругих элементов используют сплошные и полые стержни (рисунок 3.1 *а* и *б*), кольца постоянного и переменного сечения (рисунок 3.1 *в*), балку постоянного сечения и балки равного сопротивления (рисунок 3.1 *г*), специальные стержни (рисунок 3.1 *д*).

При выборе упругого элемента следует учитывать значения измеряемых сил и требуемую точность.

Наибольшее распространение в качестве упругих элементов датчиков силы получили сплошные и пустотелые стержни. Однако эти упругие элементы обладают рядом недостатков, которые заключаются в следующем. Деформации стержней при растяжении и сжатии имеют разные величины. Другой недостаток заключается в том, что у таких упругих элементов ограничена чувствительность. Для определения малых нагрузок (менее 500 Н) их обычно не применяют, так как жесткость трубчатого упругого элемента соизмерима с жесткостью наклеенного датчика.

Для измерения малых усилий (до 10 Н) применяют кольцевые упругие элементы.

Более чувствительны к силе упругие элемента балочного типа (балки постоянного сечения и балки равного сопротивления).

Применение балок в качестве упругого элемента ограничено тем, что координаты приложения силы в процессе нагружения изменяются, так как точка приложения силы при нагружении перемещается по дуге, что вносит дополнительные погрешности. Другим недостатком балочных упругих элементов является сложность жесткой заделки. Это приводит к увеличению габаритных размеров и удорожанию датчика.

Упругие элементы, входной величиной которых может быть как сила, так и давление, представляют собой гофрированные мембраны (рисунок 3.2 *б*), тонкие пластины (рисунок 3.2 *а*) или сильфоны (рисунок 3.2 *в*).

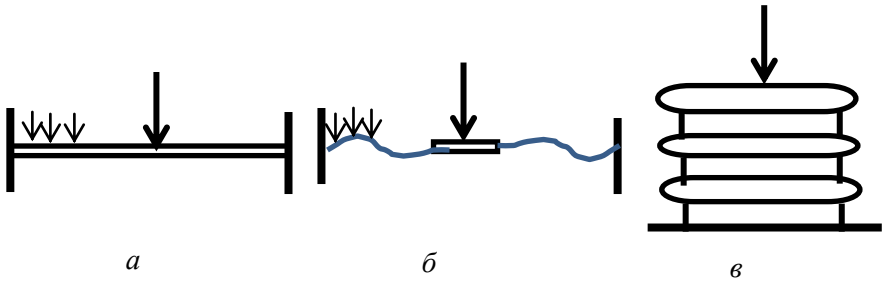


Рисунок 3.2 – Преобразователи силы и давления

Найдем функции преобразования наиболее распространенных упругих элементов.

Стержень постоянного сечения. Связь между силой и относительной продольной деформацией выражается зависимостью

$$\varepsilon = \frac{F}{A \cdot E} = S' \cdot F. \quad (3.1)$$

Относительная поперечная деформация связана с силой соотношением

$$\varepsilon' = \frac{F \cdot \mu}{A \cdot E} = S'' \cdot F. \quad (3.2)$$

Величины $S' = \frac{1}{A \cdot E}$ и $S'' = \frac{\mu}{A \cdot E}$ называются чувствительностью стержня.

В зависимости от того какая относительная деформация будет использована в качестве выходного сигнала, функция преобразования будет иметь вид (3.1) или (3.2).

Если по условиям эксперимента датчик будет наклеен под углом α к линии действия силы, то в качестве выходной величины будут использованы продольная и поперечная деформации. Значение чувствительности стержня может принимать любые значения от S' до S'' .

При такой установке будет использована продольная деформация, равная $\varepsilon \cdot \cos \alpha$, и поперечная деформация (другого знака), равная $\mu \cdot \varepsilon \cdot \sin \alpha$. В этом случае используют понятие конструктивного коэффициента чувствительности, равного:

$$B = \cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha. \quad (3.3)$$

Общее выражение чувствительности стержня будет иметь вид

$$S = \frac{B}{A \cdot E}. \quad (3.4)$$

Выражения (3.1), (3.2) и (3.4) являются общими как для сплошных, так и для полых стержней.

Другой важной характеристикой упругого элемента является частота собственных колебаний. Для стержневого упругого элемента она определяется по формуле

$$f_0 = \frac{0,249}{l} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.5)$$

где ρ – плотность материала стержня.

Из выражений (3.1), (3.2) и (3.5) следует, что для повышения чувствительности необходимо выбирать материал с меньшим модулем продольной упругости E . Увеличение чувствительности достигается уменьшением площади поперечного сечения упругого элемента.

Круговое кольцо постоянного сечения. Предварительно определим напряжения, возникающие в кольце под действием приложенной силы (рисунок 3.3). В сечении «С» присутствуют следующие внутренние силовые факторы:

продольная сила – $N = 0,5 \cdot F$;

поперечная сила – $Q = 0$;

изгибающий момент – $M = 0,5 \cdot F \cdot r_0 \cdot (1 - 2/\pi) = 0,182 \cdot r_0 \cdot F$.

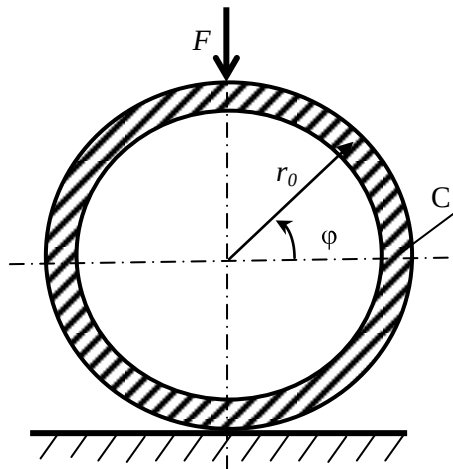


Рисунок 3.3 – Кольцо постоянного сечения

В общем, для произвольного сечения внутренние силовые факторы определяются по формулам:

$$\begin{aligned} N &= 0,5 \cdot F \cdot \cos \varphi; \\ Q &= -0,5 \cdot F \cdot \sin \varphi; \\ M &= F \cdot r_0 (0,318 - 0,5 \cdot \cos \varphi). \end{aligned}$$

Найдем напряжения от действия внутренних силовых факторов в сечении «С».

При $r_0/h \gg 1$ напряжения от действия изгибающего момента

$$\sigma_M = \frac{6M}{b \cdot h^2}, \quad (3.6)$$

где r_0 – средний радиус кольца;

h – толщина кольца;

b – ширина кольца.

Напряжения от действия продольной силы

$$\sigma_N = \frac{N}{b \cdot h}. \quad (3.7)$$

Подставив в формулы (3.6) и (3.7) значения изгибающих моментов и продольной силы и учитывая, что напряжения для наружной и внутренней поверхности кольца имеют один знак, получим напряжения

– на наружной поверхности

$$\sigma_{нар} = \sigma_M + \sigma_N = \frac{0,5F}{b \cdot h} \left[3,82 \frac{r_0}{h} - \left(6 \frac{r_0}{h} - 1 \right) \cos \varphi \right]; \quad (3.8)$$

– на внутренней поверхности

$$\sigma_{вн} = \sigma_M + \sigma_N = \frac{0,5F}{b \cdot h} \left[-3,82 \frac{r_0}{h} + \left(6 \frac{r_0}{h} - 1 \right) \cos \varphi \right]. \quad (3.9)$$

На основании закона Гука относительная деформация упругого элемента:

– для наружного слоя

$$\varepsilon_{нар} = \frac{r_0}{E \cdot b \cdot h^2} [1,91 - 3 \cdot \cos \varphi] F = S_{нар} \cdot F; \quad (3.10)$$

– для внутреннего слоя

$$\varepsilon_{вн} = \frac{r_0}{E \cdot b \cdot h^2} [1,91 + 3 \cdot \cos \varphi] F = S_{вн} \cdot F, \quad (3.11)$$

где $S_{нар}, S_{вн}$ – коэффициенты чувствительности кольца.

Полученные значения коэффициентов чувствительности применимы тогда, когда база тензометра пренебрежительно мала по сравнению с размерами кольца. Практически реализовать это условие весьма сложно. Обычно тензометры наклеивают так, чтобы база тензометра равнялась длине какой-либо зоны деформации одного знака. Это обеспечивает наилучшее закрепление тензометра на элементе, так как механические напряжения в этой зоне равны нулю.

При деформации упругого элемента тензометр будет измерять среднее значение в этой зоне и соответственно чувствительность кольца будет равна его среднему значению.

Собственная частота кольцевого упругого элемента определяется по формуле

$$f_0 = \frac{0,123 \cdot h}{r_0^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.12)$$

Формула (3.12) аналогична формуле (3.5), и, следовательно, рекомендации по совершенствованию кольцевого упругого элемента аналогичны рекомендациям для стержневых элементов. Это не касается рекомендаций по выбору геометрических размеров. Так, увеличение радиуса кольца в 2 раза приводит к двухкратному увеличению чувствительности, но зато частота собственных колебаний снижается в 4 раза. Это необходимо учитывать при использовании данных упругих элементов.

Мембрана постоянного сечения. При действии силы F в сечениях мембраны возникают изгибающие моменты:

– в меридианных сечениях

$$M_\varphi = \frac{F}{4 \cdot \pi} \left[\left(+\mu \right) \ln \frac{r}{x} - \mu \right]; \quad (3.13)$$

– в радиальном направлении

$$M_r = \frac{F}{4 \cdot \pi} \left[\left(+\mu \right) \ln \frac{r}{x} - 1 \right], \quad (3.14)$$

где r – радиус мембраны;
 x – текущая координата радиуса.

Под действием изгибающих моментов возникают нормальные напряжения, максимальное значение которых

– в радиальном направлении

$$\sigma_r = \pm \frac{6M_r}{h^2}; \quad (3.15)$$

– в меридианном направлении

$$\sigma_{\varphi} = \pm \frac{6M_{\varphi}}{h^2}, \quad (3.16)$$

где h – толщина мембраны.

Используя закон Гука, определим соответствующие относительные деформации:

– для радиальных деформаций

$$\varepsilon_r = \frac{0,478}{E \cdot h^2} \cdot \left(-\mu^2 \right) \cdot \left[\ln \frac{r}{x} - 1 \right] \cdot F = S_r \cdot F, \quad (3.17)$$

где S_r – чувствительность мембраны при использовании радиальных деформаций;

– для окружных деформаций

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{0,478}{E \cdot h^2} \cdot \left(-\mu^2 \right) \cdot \ln \frac{r}{x} F = S_{\varphi} \cdot F, \quad (3.18)$$

где S_{φ} – чувствительность мембраны при использовании окружных деформаций.

Частота собственных колебаний в направлении действия силы

$$f = \frac{0,492h}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.19)$$

При выборе материала упругого элемента можно пользоваться рекомендациями как для стержневых или кольцевых элементов. Толщина мембраны оказывает такое же влияние на чувствительность к частоте собственных колебаний, как и в кольцевом элементе. Радиус мембраны влияет лишь на собственную частоту колебаний, не влияя на чувствительность.

Балка постоянного сечения. Для балки постоянного прямоугольного сечения, закрепленной консольно и нагруженной сосредоточенной силой, максимальная относительная деформация поверхностного слоя определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{6l}{h \cdot A \cdot E} F = S_{\sigma_{\max}} F, \quad (3.20)$$

где l – длина балки;

h – толщина балки;

ε – относительная деформация балки в месте заделки;

$S_{\sigma_{\max}}$ – максимальная чувствительность балки.

Чувствительность балки изменяется в зависимости от места измерения деформации (расстояния от точки приложения силы до места расположения l_0 датчика).

Из выражения (3.20) следует, что максимальная чувствительность балки достигается в месте заделки и убывает до нуля в точке приложения силы.

Собственная частота балки определяется по формуле

$$f_0 = \frac{0,162h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.21)$$

Изменение чувствительности балки без влияния на собственную частоту может быть достигнуто за счет изменения площади поперечного сечения. При этом уменьшение толщины балки с целью повышения чувствительности приводит к эквивалентному уменьшению собственной частоты колебаний упругого элемента.

Балка равного сопротивления. У таких балок нормальные напряжения как для верхних, так и для нижних волокон не зависят от выбора места расположения датчика.

Рассмотрим консольную балку равного сопротивления прямоугольного поперечного сечения, нагруженную сосредоточенной силой F (рисунок 3.4). Высота балки h_0 постоянна по длине l , а ширина b_x переменна по длине l .

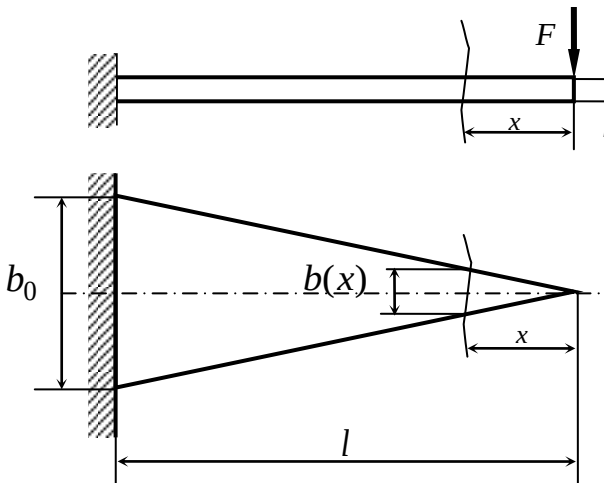


Рисунок 3.4 – Балка равного сопротивления

Известно, что максимальные нормальные напряжения в сечениях балки определяются по формуле

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{(x)}}{W_{н.о.}}, \quad (3.22)$$

где $M_{(x)}$ – изгибающий момент в произвольном сечении балки

на расстоянии x от свободного конца, $M_{(x)} = P \cdot x$;

$W_{н.о.}$ – момент сопротивления изгибу относительно нейтральной оси.

В заделке возникает максимальный изгибающий момент, равный $M_{(x)\max} = P \cdot l$.

Момент сопротивления изгибу в произвольном сечении:

$$W_{н.о.(x)} = \frac{b_{(x)} \cdot h_o^2}{6}.$$

Подставив вышеприведенные зависимости, получим формулу для определения нормальных напряжений в любом поперечном сечении балки равного сопротивления:

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot l}{A_0 h_0} F, \quad (3.23)$$

где A_0 – площадь поперечного сечения балки в месте заделки.

Максимальная относительная деформация определится на основе закона Гука:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{6 \cdot l}{E \cdot A_0 \cdot h_0} F = S_\sigma F, \quad (3.24)$$

где $S_\sigma = \frac{6 \cdot l}{E \cdot A_0 \cdot h_0}$ – чувствительность балки равного сопротивления.

Из выражения (3.24) следует, что чувствительность балки не зависит от выбора места установки датчика и остается постоянной.

Собственная частота колебаний балки равного сопротивления изгибу

$$f_0 = \frac{0,136 \cdot h_0}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.25)$$

3.2 Измерение давлений

К преобразователям давления относятся упругие элементы, построенные с использованием различного рода оболочек.

Мембрана, жестко заделанная по контуру. Под действием приложенного давления p в верхних и нижних волокнах мембраны (рисунок 3.5) возникают нормальные напряжения:

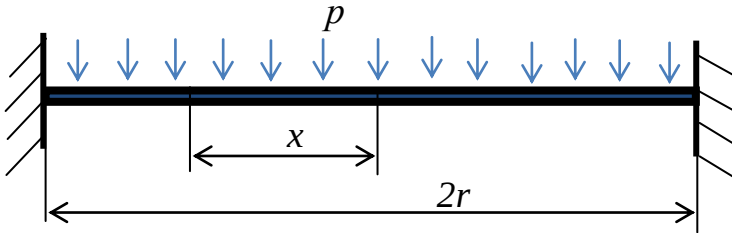


Рисунок 3.5 – Мембрана с жесткой заделкой

– радиальные напряжения, направленные по радиусу

$$\sigma_r = \frac{6M_r}{h^2}; \quad (3.26)$$

– окружные (меридианные) напряжения, направленные по окружности

$$\sigma_\varphi = \frac{6M_\varphi}{h^2}, \quad (3.27)$$

где M_r – радиальный изгибающий момент;

M_φ – окружной изгибающий момент, соответственно равные:

$$M_r = \frac{r^2}{16} \left[\left(1 + \mu \left(\frac{x}{r} \right)^2 \right) - \left(-\mu \right) \right] p; \quad (3.28)$$

$$M_\varphi = \frac{r^2}{16} \left[\left(-3\mu \left(\frac{x}{r} \right)^2 \right) - \left(-\mu \right) \right] p. \quad (3.29)$$

Используя закон Гука, получим функцию преобразования, то есть связь между относительной деформацией и давлением:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{0,375 \cdot r^2}{E \cdot h^2} \left(-\mu^2 \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) \right) p = S_\varphi \cdot p; \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_r = \frac{0,375 \cdot r^2}{E \cdot h^2} \left(-\mu^2 \left(1 - 3 \frac{x^2}{r^2} \right) p \right) = S_r \cdot p, \quad (3.31)$$

где S_φ , S_r – чувствительность мембраны при использовании окружных и радиальных деформаций;

x – текущая координата радиуса.

Из выражений (3.30) и (3.31) следует, что наибольшие значения относительные деформации имеют при $x = 0$, то есть в центре мембраны:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi = \frac{0,375 \cdot r^2}{E \cdot h^2} \left(-\mu^2 \right) p = S_r \cdot p. \quad (3.32)$$

Собственная частота колебаний не зависит от давления и определяется по формуле (3.25).

Цилиндрическая оболочка (колпачок). Под действием давления p в данном упругом элементе (рисунок 3.6) возникают растягивающие напряжения σ_x и окружные σ_φ , которые равны:

$$\sigma_\varphi = \frac{r}{h} p; \quad \sigma_x = \frac{r}{2h} p,$$

где h – толщина оболочки.

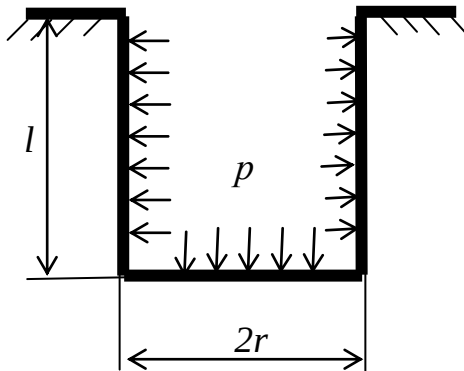


Рисунок 3.6 – Цилиндрическая оболочка (колпачок)

На основании закона Гука получим зависимости относительных продольных деформаций от давления:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{0,5 \cdot r}{E \cdot h} \left(1 - \mu \right) p = S_\varphi p; \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_x = \frac{0,5 \cdot r}{E \cdot h} (1 - 2\mu) p = S_x p, \quad (3.34)$$

где S_r, S_ϕ – чувствительности колпачка при использовании окружных и радиальных деформаций.

Собственная частота колебаний упругого элемента

$$f_0 = \frac{0,32}{\sqrt{2 \cdot r \cdot l + 2l^2}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.35)$$

Если при проектировании колпачка принимается $l = 2r$, что обычно делается на практике, то

$$f_0 = \frac{0,093}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.36)$$

Коническая оболочка. Под действием давления p в конической оболочке (рисунок 3.7) возникают напряжения вдоль параллельного круга σ_ϕ и в меридианном направлении σ_x .

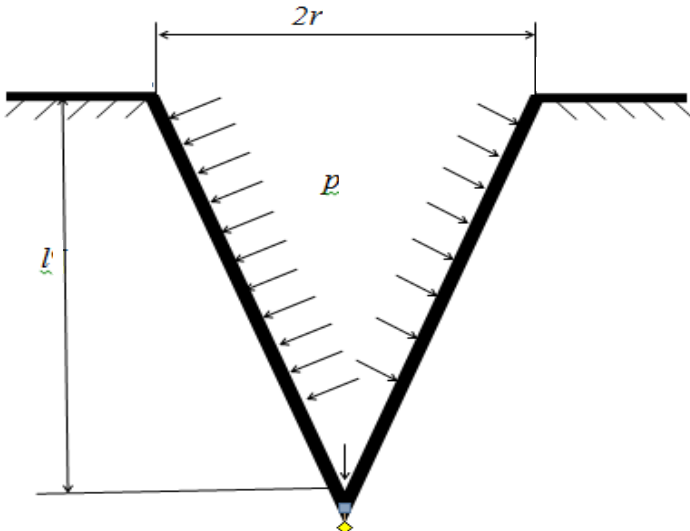


Рисунок 3.7 – Коническая оболочка

Нормальные напряжения вдоль параллельного круга

$$\sigma_\phi = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h \cdot \cos \alpha} p. \quad (3.37)$$

Нормальные напряжения в меридианном направлении

$$\sigma_x = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2h \cdot \cos \alpha} p, \quad (3.38)$$

где h – толщина оболочки;
 x – текущая координата;
 r – радиус оболочки;
 α – угол наклона образующей к вертикали;
 p – давление.

Функцию преобразования данного упругого элемента получим на основании закона Гука:

$$\varepsilon_\phi = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot h \cdot E \cdot \cos \alpha} 2 - \mu \cdot p = S_\phi \cdot p; \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_x = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot h \cdot E \cdot \cos \alpha} 1 - 2 \cdot \mu \cdot p = S_x \cdot p, \quad (3.40)$$

где $S_x = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot h \cdot E \cdot \cos \alpha} 1 - 2\mu$; $S_\phi = \frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot h \cdot E \cdot \cos \alpha} 2 - \mu$ – чувствительности упругого элемента.

Анализ зависимостей (3.39) и (3.40) позволяет заключить, что на чувствительность оказывает значительное влияние угол конусности α . При проектировании датчиков чаще всего принимают соотношение $l = 2r$. В этом случае $\alpha = 26,5^\circ$ и отклонение угла α от заданного значения мало влияет на чувствительность. Повышение чувствительности конического элемента до 0,506 достигается при использовании меридианных и радиальных деформаций.

Частота собственных колебаний конической оболочки определяется по формуле

$$f_0 = \frac{0,32\sqrt{\cos \alpha}}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3.41)$$

при $l = 2r$

$$f_0 = \frac{0,143}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.42)$$

Полусферная оболочка. При действии давления p в такой оболочке (рисунок 3.8) нормальные напряжения в меридианном направлении и вдоль параллельного круга равны и определяются выражением

$$\sigma = \frac{r}{2h} p, \quad (3.43)$$

где r – радиус оболочки;
 h – толщина оболочки.

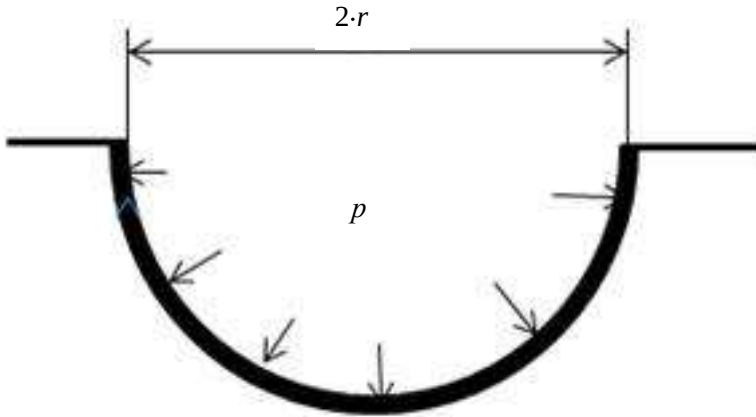


Рисунок 3.8 – Полусферная оболочка

Функция преобразования давления в относительную деформацию будет иметь вид

$$\varepsilon = \frac{0,5 \cdot r}{h \cdot E} (1 - \mu) p = S_{nc} p, \quad (3.44)$$

где S_{nc} – чувствительность оболочки.

Частота собственных колебаний полусферной оболочки

$$f = \frac{0,224}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.45)$$

Из рассмотренных упругих элементов для построения датчиков давления наибольшими возможностями по варьированию чувствительности обладают мембраны. Конусные, полусферические и цилиндрические оболочки применяют для построения датчиков давления, когда мембраны не удовлетворяют требованиям прочности. Наибольшее распространение получили полусферные оболочки.

3.3 Измерение крутящих моментов

Крутящий момент является важной механической характеристикой, определяющей режимы работы машин и механизмов в разных отраслях техники.

Измерение крутящего момента используется при оценке:

- усилий затяжки болтовых соединений при сборке машин и металлоконструкций;
- мощности, КПД, экономичности;
- прочности материалов при статическом и динамическом нагружении.

Известны различные способы определения крутящего момента, но наибольшей точностью обладают способы, основанные на деформации кручения вала.

Наиболее распространенным методом измерения деформации вала является применение тензорезисторов, подключенных по мостовой схеме (рисунки 2.20, 2.21). Для этого на вал наклеивают датчики под углом 45° к оси вращения или используют специальные розетки датчиков, например двухэлементные (рисунок 2.12).

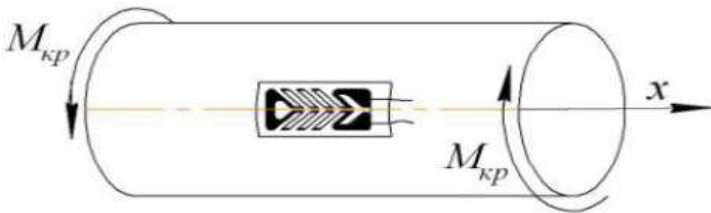


Рисунок 3.9 – Двухэлементная тензорозетка

На поверхности вала измеряют главные деформации $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, действующие под углом $\pm 45^\circ$ к его продольной оси с помощью розеток. Розетку, изображенную на рисунке 2.14 б, располагают вдоль оси вала (рисунок 3.9).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Определение напряжений при центральном растяжении

Цель работы: ознакомиться с методом измерения деформаций при помощи тензодатчиков. Определить напряжения в исследуемом образце при центральном растяжении.

Теоретические положения

При центральном растяжении в бруске возникает линейное (одноосное) напряженное состояние. В этом случае направление главного напряжения совпадает с направлением наибольшей линейной деформации. А направление наибольшей линейной деформации при центральном растяжении совпадает с линией действия сил.

Существует несколько способов наклейки датчиков.

Самый простой способ – применение одного датчика. Он наклеивается на образец таким образом, чтобы его база располагалась вдоль продольной оси бруса (рисунок 4.2).

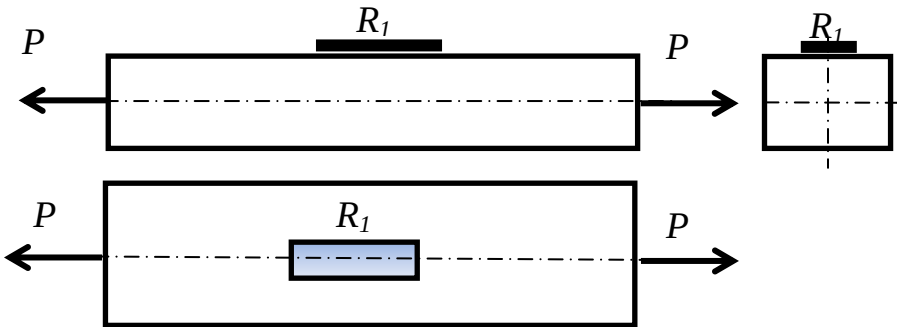


Рисунок 4.2 – Измерение деформации одним датчиком

Тензодатчик подключают в одно из плеч измерительного моста по схеме «четверть моста» (рисунок 2.17). При применении данной схемы необходимо учитывать, что система обладает повышенной чувствительностью к температуре. Поэтому в процессе эксперимента необходимо следить за изменением температуры.

Для повышения точности измерений и исключения влияния нецентрального действия нагрузки (для исключения влияния деформации изгиба, особенно при сжатии) применяют схему «полный мост» с двумя тензодатчиками.

Тензодатчики наклеивают вдоль продольной оси бруса с противоположных сторон (рисунок 4.3).

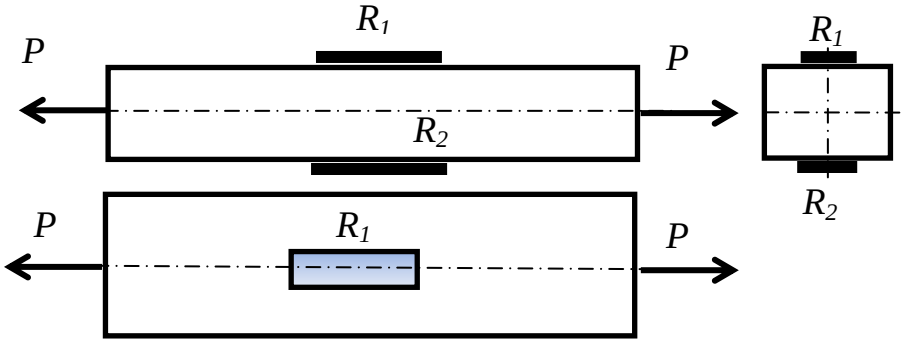


Рисунок 4.3 – Использование двух тензодатчиков, включенных в разные плечи моста

По сравнению с первой данная схема обладает следующими преимуществами:

- схема позволяет повысить чувствительность в два раза;
- нечувствительность к изгибным деформациям.

Экспериментальное определение деформаций методом электротензометрии заключается в следующем.

Для каждого значения нагрузки регистрируются показания измерительной аппаратуры, по которым с помощью тарировочного графика определяется относительная деформация на поверхности детали.

Нормальное напряжение определяется из закона Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (4.4)$$

где ε – измеренная относительная деформация бруса;

E – модуль упругости материала образца, МПа (приложение).

Экспериментально необходимо определить относительную линейную деформацию образца. Известно, что

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}, \quad (4.5)$$

где ℓ – база тензометра;

$\Delta \ell$ – абсолютная деформация образца.

Максимальное значение нагрузки $P_{\max}$ определяется по формуле

$$P_{\max} \leq \sigma_{\text{нц}} \cdot A, \quad (4.6)$$

где $\sigma_{\text{нц}}$ – предел пропорциональности материала.

Если значение $\sigma_{\text{нц}}$ в справочнике отсутствует, его принимают

$$\sigma_{\text{нц}} = (0,85 - 0,9)\sigma_T,$$

где σ_T – предел текучести материала;

A – площадь поперечного сечения образца.

Последовательность проведения эксперимента

1. Ознакомиться с оборудованием для измерения деформаций.

Записать в журнал наблюдений:

- сопротивление датчика, коэффициент чувствительности, базу датчика;
- модуль продольной упругости материала образца;
- схему подключения датчиков в плечи моста.

2. Изобразить эскиз образца с указанием всех необходимых размеров. На эскизе показать места наклейки датчиков и пронумеровать их.

3. Выполнить тарировку тензодатчиков (раздел 2.3.5) с помощью балки равного сопротивления.

4. Построить тарировочный график (рисунок 4.4).

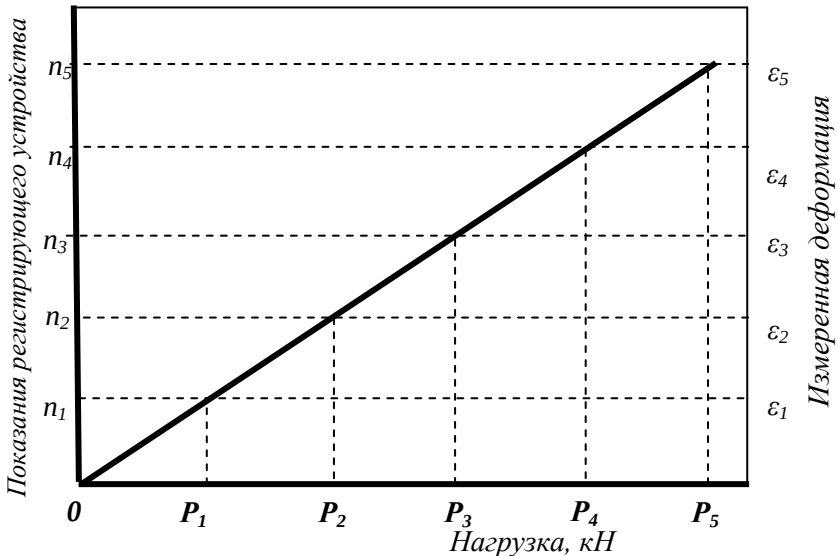


Рисунок 4.4 – Тарировочный график

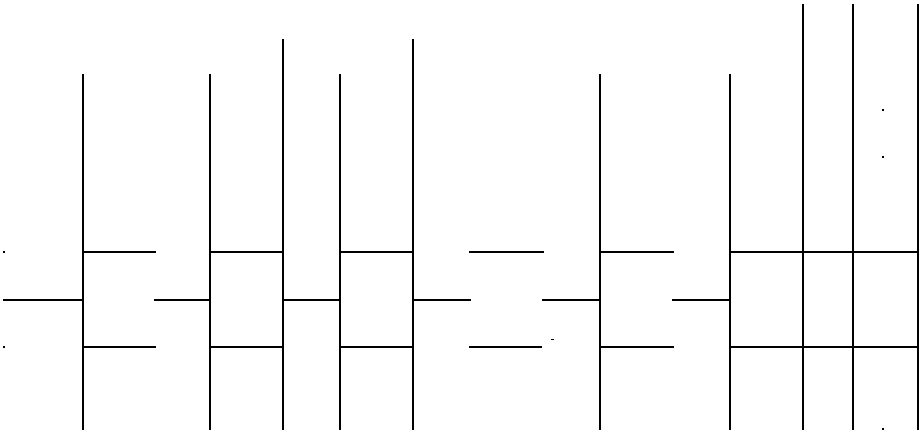
5. Подключить источник тока и проверить напряжение.
6. Подключить каждый датчик к регистрирующему устройству.
7. В зависимости от характера проводимого испытания и упругих свойств образца определить ступени нагружения и величину наибольшей нагрузки.
8. Произвести нагружение опытного образца.
9. По разности отсчетов для каждой ступени нагрузки определить относительную деформацию:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \Delta n, \quad (4.7)$$

где ε_0 – цена деления регистрирующего устройства;

Δn – разность отсчетов (делений).

10. Определить напряжения для каждой ступени нагружения формула (4.4).



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Определение коэффициента Пуассона и модуля продольной упругости стали (модуля Юнга)

Цель работы: экспериментальное определение упругих постоянных изотропных материалов: коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона μ) и модуля продольной упругости (модуль Юнга E) стали.

Теоретические положения

Коэффициентом Пуассона называется безразмерная величина, равная отношению относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации стержня при растяжении:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|, \quad (4.8)$$

где ε' — относительная поперечная деформация;

ε — относительная продольная деформация.

Коэффициент μ носит имя французского ученого Симеона Дени Пуассона, который впервые ввел его в теорию сопротивления материалов. Пуассон считал, что объем элемента при действии на него внешних сил не изменяется, а изменяется лишь его форма, независимо от свойств материала, из которого выполнен элемент. Коэффициент μ принимался постоянным для любого материала и равным 0,25.

Впоследствии английский исследователь Джон Грин теоретически обосновывает, что коэффициент Пуассона не может иметь постоянного значения для всех материалов. Позже различными исследователями были проведены многочисленные эксперименты, которые показали, что объем деформированного тела может изменяться за счет перераспределения атомных связей в структуре вещества, и, следовательно, коэффициент Пуассона имеет постоянное значение только для данного материала в пределах упругих деформаций. Для различных материалов коэффициент Пуассона находится в пределах $0 \leq \mu \leq 0,5$. Например, для большинства металлов $0,25 \leq \mu \leq 0,35$, а для бериллия $\mu = 0,03$; в этом материале при растяжении межатомные расстояния благодаря очень жестким связям в поперечном направлении практически не сокращаются. Значения коэффициентов Пуассона для некоторых материалов приведены в таблице 4.2.

Понятие модуля упругости было введено и сформулировано в 1807 г. английским ученым Томасом Юнгом в знаменитом труде

«Натуральная философия». Позже модуль упругости был назван модулем Юнга. Юнг впервые высказал идею о том, что для каждого материала существует постоянная величина, характеризующая его способность сопротивляться воздействию внешних нагрузок.

Таблица 4.2 – Значения модуля упругости E и коэффициента Пуассона μ

Материал	$E \cdot 10^5 \text{ МПа}$	μ
Сталь прокатная	0,8–2	0,3
Алюминиевые сплавы	0,7	0,3
Медь, латунь, бронза	1–1,3	0,32–0,35
Бетон	0,04–0,4	0,2
Кирпичная кладка	0,001–0,078	0,25
Древесина при растяжении (сжатии):		
- вдоль волокон	0,1	0,5
- поперек волокон	0,004	0,02
Резина	0,00007	0,5
Пробка (кора пробкового дерева)	–	0

Модуль упругости характеризует важное свойство конструкционного материала – жесткость. Модуль упругости – фундаментальное понятие, без которого не обходится ни один инженерный расчет элементов конструкции и сооружения.

В настоящее время для определения физико-механических свойств материала из него изготавливают образец. Форма образца может быть самой разной, но, как правило, это стержень с участком постоянного сечения, на котором и производятся все необходимые измерения, и утолщенными концами для закрепления в испытательной машине.

Испытательные машины также могут сильно различаться размерами и конструкцией, но все они представляют собой механические устройства для приложения нагрузки к образцам. Все машины оснащены устройствами, позволяющими точно регистрировать нагрузку при испытании.

Деформация растяжения стержня-образца под действием нагрузки обычно измеряется с помощью тензометров (рычажных, зеркальных или тензорезисторных датчиков).

По результатам опыта графически изображают зависимость напряжения от относительной деформации. Эта зависимость является характеристикой физико-механических свойств (прочности, пластичности и вязкости) материала (рисунок 4.5).

Очевидно, что угол наклона кривой деформирования к оси ε является мерой упругости или, наоборот, мерой податливости твердого тела.

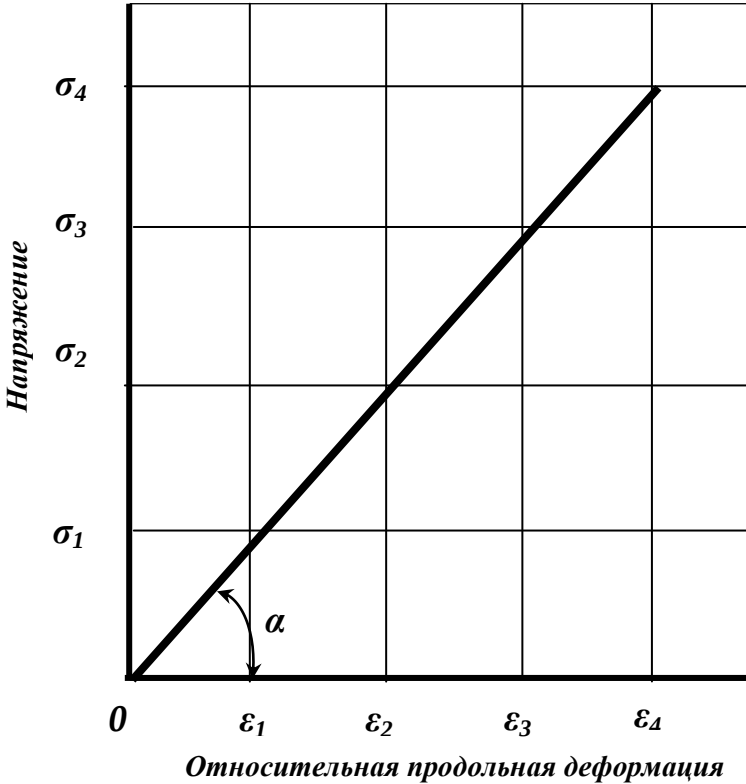


Рисунок 4.5 – Зависимость напряжения от относительной деформации

Для любого материала, который подчиняется закону Гука, тангенс угла α наклона кривой деформирования является величиной постоянной, равной

$$\frac{\text{напряжение}}{\text{деформация}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E = \operatorname{tg} \alpha.$$

Эта величина носит название модуля упругости, или модуля Юнга. Модуль Юнга – величина постоянная для данного материала. Ино-

гда, обсуждая инженерные вопросы, о нём говорят как о коэффициенте «жесткости». Кстати, слово «модуль» в переводе с латинского означает «малая мера». Поскольку модуль Юнга представляет собой отношение напряжения к безразмерной величине, то размерность его та же, что и у напряжения (Па , МПа , Н/м^2 и т.п.). Формально модуль Юнга можно рассматривать как напряжение, требуемое для 100%-го удлинения материала, вследствие чего его численные значения настолько велики, что их трудно себе представить (таблица 4.2). В данной лабораторной работе коэффициент Пуассона определяется методом электротензометрии.

При определении модуля продольной упругости используются электротензометры и рычажный тензометр. Схема расположения тензометров показана на рисунке 4.6. При таком определении продольных деформаций появляется возможность изучить ещё один способ тарировки тензодатчиков. Он заключается в следующем.

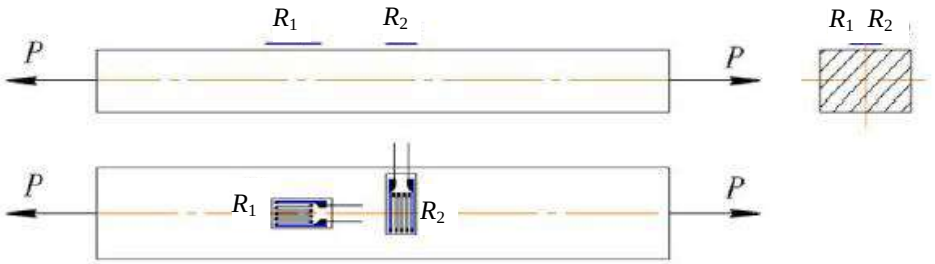


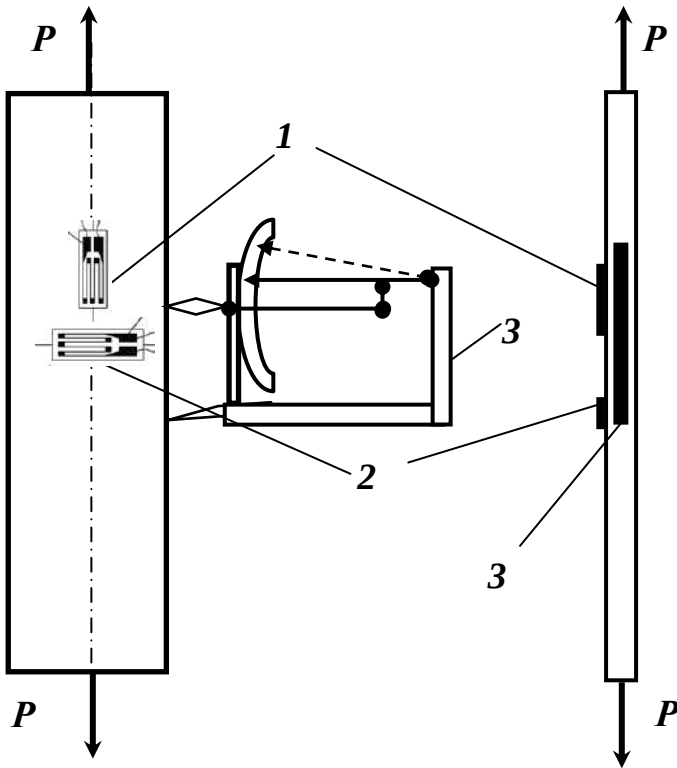
Рисунок 4.6 – Расположение тензодатчиков

Регистрируются показания рычажного тензометра и тензодатчика, измеряющих продольные деформации. По результатам замеров рычажного тензометра Δn_T и показаний измерительного устройства тензометра сопротивлений Δn_i определяется цена деления измерительного устройства.

Лабораторная установка для проведения опытов содержит:

- универсальную разрывную машину;
- измерительную тензометрическую систему;
- образец, представляющий стальную полосу прямоугольного поперечного сечения.

Для измерения продольной деформации на торце пластины вдоль линии действия силы закрепляется рычажный тензометр (рисунок 4.7).



1 – тензорезистор продольной деформации; 2 – тензорезистор поперечной деформации; 3 – рычажный тензорезистор
Рисунок 4.7 – Схема расположения тензорезисторов

Компенсационные тензодатчики наклеиваются на отдельную пластину из такого же материала, что и образец, и располагаются рядом с рабочими датчиками. Рабочие датчики, вместе с компенсационными датчиками, образуют два отдельных внешних полумоста, которые подсоединяются к двум измерительным каналам СИИТ-3.

Порядок проведения опыта

1. Установить образец в захваты испытательной машины и присоединить кабели от тензорезисторов к измерительной тензометрической системе СИИТ-3.

2. Ознакомиться с работой и ценой деления тензометра, со схемой наклейки тензодатчиков. Установить на образец для измерения продольных деформаций рычажный тензомер Гугенберга с базой $l_0 = 20$ мм. Измерить с точностью до 0,1 мм размеры поперечного сечения образца (a – толщина пластины; b – ширина пластины). Определить площадь поперечного сечения образца. Данные измерений записать в таблицу измерений.

3. Изучить переднюю панель прибора СИИТ-3 и включить питание. Нажать кнопки «М», «М/2», «М/4к», соответствующие заданному режиму работы системы. Записать номера каналов, к которым подключены поперечный и продольный резисторы.

4. Установить на правом табло номер канала поперечного датчика, для чего сначала нажать на кнопки «Сброс», «Ручн.», затем кнопкой «Однокр.» вывести на табло соответствующий канал.

5. Включить разрывную машину и приложить к образцу предварительную нагрузку $F_0 = 5$ кН. Нажать последовательно кнопки «Начало», «Конец», «Пуск» и записать показания поперечного тензорезистора.

6. Установить на правом табло номер канала продольного тензорезистора, для чего нажать кнопку «Сброс», затем кнопкой «Однокр.» вывести на табло требуемый канал. Последовательно нажать кнопки «Начало», «Конец», «Пуск» и записать показания продольного датчика. Записать также показания рычажного тензометра.

7. Нагружать образец последовательно ступенями нагрузкой 5 кН до нагрузки 30 кН. На каждой ступени записывать показания поперечного и продольного тензорезисторов, а также показания рычажного тензометра.

—

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Определение напряжений в поперечном сечении балки при плоском изгибе

Цель работы: экспериментальное определение нормальных напряжений в различных точках балки двутаврового сечения и сравнение экспериментальных и теоретических значений напряжений.

Теоретические положения

Изгиб называется прямым (плоским), если деформация балки совпадает с плоскостью действия внешних нагрузок. Различают чистый и поперечный изгибы. Чистым изгибом называют изгиб, при котором в поперечных сечениях балки действует только изгибающий момент. Поперечным изгибом называют изгиб, при котором в поперечных сечениях балки действуют и поперечная сила, и изгибающий момент.

В работе будет рассмотрена деформация балки при плоском поперечном изгибе. При плоском изгибе нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения вычисляются по формуле

$$\sigma = \frac{M_{изг}}{J_{н.о.}} \cdot z_{н.о.}, \quad (4.14)$$

где $z_{н.о.}$ – расстояние от точки, в которой определяется напряжение, до нейтральной оси Y , мм;

$M_{изг}$ – изгибающий момент в данном сечении балки, Нмм;

$J_{н.о.}$ – осевой момент инерции сечения относительно нейтральной оси, мм⁴.

Касательные напряжения в поперечном сечении балки определяются по формуле Д.И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_y^{омс.}}{J_{н.о.} \cdot b}, \quad (4.15)$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении;

$S_y^{омс.}$ – статический момент площади сечения, расположенного

выше (ниже) нейтральной оси, относительно оси Y ;

b – ширина сечения на удалении z от нейтральной оси Y .

Главные напряжения при изгибе определяются по формуле

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{1}{2} \sigma \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (4.16)$$

Главные напряжения в нейтральном слое балки действуют на площадках, наклоненных к продольной оси балки под углом 45^0 .

Необходимо пояснить, что приведенная выше формула (4.14) справедлива только для напряжений, величина которых не превышает предел пропорциональности, т.е. только в зоне упругих деформаций материала образца. Поэтому необходимо предварительно вычислить наибольший изгибающий момент, при котором справедлив закон Гука, по формуле

$$M_{изг\max} = \sigma_{пл} \cdot W_{н.о.}, \quad (4.17)$$

где $\sigma_{пл}$ – предел пропорциональности материала образца, МПа;
 $W_{н.о.}$ – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки относительно нейтральной оси, мм^3 .

Затем, в зависимости от схемы нагружения, размеров и устройства опор балки, вычислить наибольшую нагрузку $P_{\max}$. Для балки, опирающейся на шарнирные опоры, расположенные на расстоянии L и нагруженной сосредоточенной силой, приложенной на расстоянии $L/2$ от опоры,

$$P_{\max} = \frac{4M_{изг\max}}{L}. \quad (4.18)$$

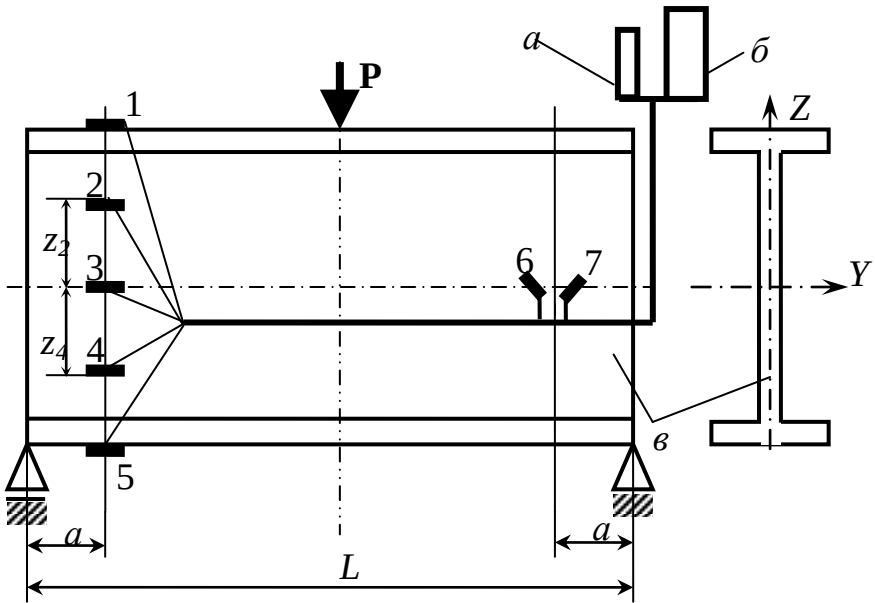
Для экспериментального определения напряжений в различных точках пользуются законом Гука, предварительно определив относительные деформации. Величину линейной относительной деформации (ϵ) измеряют при помощи тензодатчиков.

Описание лабораторной установки

Прямоугольному поперечному изгибу подвергается стальная двутавровая балка, установленная на шарнирные опоры подвижной траверсы испытательной машины. Расстояние между опорами $L = 1000$ мм. Нагрузка прикладывается в середине балки при помощи ножа (рисунок 4.11).

На расстоянии a от левой опоры установлено пять тензодатчиков 1–5, на расстоянии a от правой опоры установлено два тензодатчика 6, 7 (рисунок 4.11).

Датчики 1 и 5 закреплены на полках двутаврового сечения по оси симметрии Z . Датчики 2 и 4 закреплены на стенках балки двутаврового сечения вдоль продольной оси на расстоянии $Z_2 = Z_4 = \frac{h}{4}$ от нейтральной оси Y . Датчики 3, 6, 7 – на продольной оси, причем база датчика 3 расположена вдоль оси; база датчиков 6 и 7 расположены под углом 45^0 к продольной оси.



a – измерительное устройство; $б$ – источник питания;
 $в$ – балка двутавровая; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 – тензодатчики
 Рисунок 4.11 – Схема лабораторной установки

Опытные значения напряжений в точках 1, 2, 3, 4, и 5 определяют, пользуясь законом Гука, по формуле

$$\sigma = \varepsilon_i \cdot E = \Delta n_i \cdot K_{\sigma}, \quad (4.19)$$

где ε_i – продольная деформация в i -ой точке сечения;

Δn_i – приращение показаний для i -ой точки сечения;

K_{σ} – цена деления прибора, Н/мм².

В нейтральном слое балки имеет место чистый сдвиг, так как в нем отсутствуют нормальные напряжения. Поэтому главные напряжения в точках 6 и 7 определяются по формулам плоского напряженного состояния:

$$\begin{aligned} \sigma_6 &= \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_6 + \mu \cdot \varepsilon_7 = \frac{\Delta n_6 + \mu \Delta n_7 \cdot K_{\sigma}}{1-\mu^2}; \\ \sigma_7 &= \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_7 + \mu \cdot \varepsilon_6 = \frac{\Delta n_7 + \mu \Delta n_6 \cdot K_{\sigma}}{1-\mu^2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Порядок проведения опыта

1. Определить размеры балки, расстояния между опорами и точками приложения нагрузки.
2. Изобразить схему установки и нагружения балки. На схеме показать места установки тензометров и точки приложения нагрузки.
3. Определить по таблицам модуль упругости материала балки.
4. Снять показания прибора в точках 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 при значении силы $P = 0$. Результаты занести в таблицу 4.8.
5. Последовательно увеличивая нагрузку ступенями $P = 5$ кН, найти приращение показаний Δn_i как разницу между последующим и предыдущим показаниями приборов $\Delta n_i = n_i^{посл} - n_i^{пред}$. Результаты занести в таблицу 4.8. При этом необходимо соблюдать условие:

$$P_{\max} \leq \frac{2\sigma_{nc} \cdot W_y}{a},$$

где σ_{nc} – предел пропорциональности, для малоуглеродистой

стали $\sigma_{nc} = 200$ МПа;

W_y – осевой момент сопротивления сечения балки.

Таблица 4.8 – Результаты испытаний

№ опыта	Нагрузка, кН		Отсчеты по тензодатчикам					
	P	ΔP	n_1	Δn_1	n_2	Δn_2	n_3	Δn_3
1								
2								
3								

6. Вычислить опытное значение напряжений для точек 1–5 по формуле (4.19), для точек 6 и 7 – по формуле (4.20), подставляя вместо P_i среднее арифметическое значение нескольких значений ΔP_i^{cp} нескольких измерений.
7. Определить теоретические значения напряжений в точках 1 и 5 – по формуле (4.14), в точке 3 – по формуле (4.15), в точках 6 и 7 – по формуле (4.16).
8. Сравнить напряжения, определенные с помощью опыта с напряжениями, вычисленными по теоретическим формулам. Определить отклонение теоретических результатов и данных измерений:

$$\delta = \frac{\sigma_{теор.} - \sigma_{опыт}}{\sigma_{теор.}} \cdot 100\%. \quad (4.21)$$

-

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Определение деформаций и напряжений при чистом изгибе

Цель работы: определить главные деформации и главные напряжения в поверхностном слое балки при чистом изгибе. Провести тарировку прибора в единицах деформации.

Теоретические положения

При исследовании напряжений в пластинах, деталях сложной конструкции возникает необходимость установления величины и направления главных деформаций. Известно, что в любой точке поверхности нагруженного тела всегда существуют две взаимно перпендикулярные оси, вдоль которых относительные линейные деформации имеют экстремальные значения. Такие оси называют главными осями, а деформации вдоль направления этих осей – главными деформациями. Главным деформациям соответствуют главные напряжения. Связь между главными деформациями и главными напряжениями при плоском напряженном состоянии выражается обобщенным законом Гука:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)).\end{aligned}\tag{4.22}$$

При исследовании плоского напряженного состояния возможны два варианта:

- 1) направления главных напряжений (деформаций) неизвестны;
- 2) направления главных напряжений (деформаций) известны.

Рассмотрим первый вариант.

При плоском напряженном состоянии на поверхности детали действуют нормальные σ_x и σ_y и касательные τ_{xy} напряжения, которым соответствуют деформации ε_x , ε_y и γ_{xy} . При известных значениях упругих постоянных материала: модуле продольной упругости E и коэффициенте Пуассона μ :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y); & \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x); \\ \tau_{xy} &= G \cdot \gamma_{xy}; & G &= \frac{E}{2(1+\mu)}.\end{aligned}\quad (4.23)$$

Так как тензометры реагируют только на деформации растяжения и сжатия, то определить касательные напряжения напрямую невозможно. В этом случае задача решается следующим образом. В заданной точке определяются линейные деформации ε_x , ε_y и ε_γ в трех направлениях под углами α , β и γ относительно оси x (рисунок 4.12).

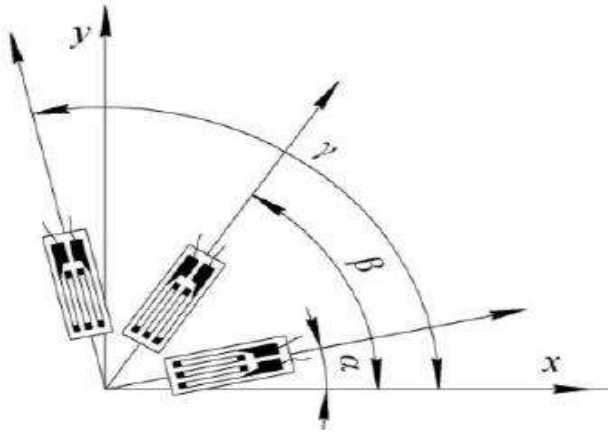


Рисунок 4.12 – Ориентация датчиков относительно оси X

Деформации вдоль осей X и Y связаны с деформациями ε_x , ε_y и ε_γ следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \cos \alpha \sin \alpha; \\ \varepsilon_\beta &= \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_y \sin^2 \beta + \gamma_{xy} \cos \beta \sin \beta; \\ \varepsilon_\gamma &= \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_y \sin^2 \gamma + \gamma_{xy} \cos \gamma \sin \gamma.\end{aligned}\quad (4.24)$$

Зная ε_α , ε_β и ε_γ по показаниям тензометров, из решения системы уравнений (4.24) определим искомые деформации ε_x , ε_y и γ_{xy} .

Подставив найденные значения в уравнения (4.23), определим нормальные σ_x и σ_y и касательные τ_{xy} напряжения.

Во втором варианте для определения главных деформаций пользуются прямоугольной розеткой из трех датчиков (рисунок 4.13).

Такая розетка называется трехэлементной, и тензодатчики в ней расположены под углом 45° .

Так как направление главных деформаций предварительно известно, то датчики A и C ориентируют в этих направлениях (рисунок 4.13). Тогда из системы уравнений (4.24) следует:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x; \quad \varepsilon_\beta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \gamma_{xy}}{2}; \quad \varepsilon_\gamma = \varepsilon_y. \quad (4.25)$$

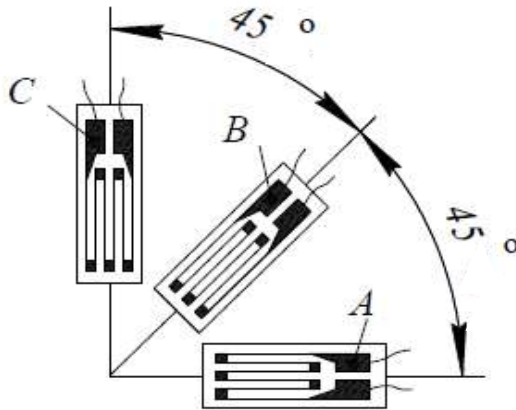


Рисунок 4.13 – Трехэлементная прямоугольная тензорозетка

Из выражений (4.25) следует, что $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_\beta - \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\gamma$.

Угол между осью x и направлением главных деформаций определяется по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\varepsilon_\beta - \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\gamma}. \quad (4.26)$$

Из выражения (4.26) следует, что углу α соответствуют два значения $\alpha^{(1)} = \alpha$ и $\alpha^{(2)} = \alpha + \pi/2$. При подстановке этих значений угла α в формулу

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \cos \alpha \sin \alpha \quad (4.27)$$

определяем два значения ε . Большее из главных деформаций обозначается ε_1 , а меньшее значение – ε_2 .

Вычислив главные деформации ε_1 и ε_2 , определяем и главные нормальные σ_1 и σ_2 и касательные $\tau_{\max}$ напряжения в точке при:

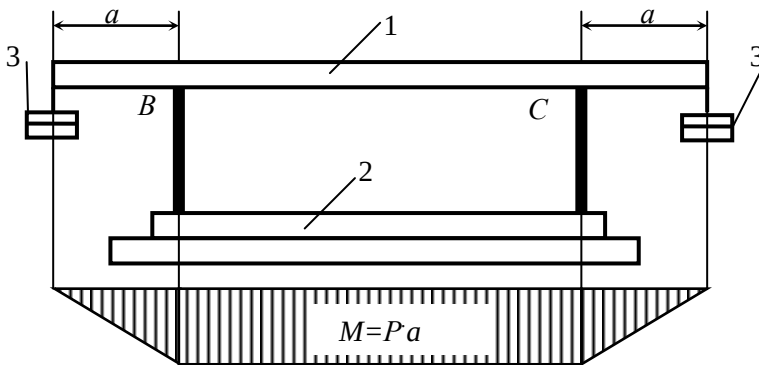
$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2 ;$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} \varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1 ; \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} . \quad (4.28)$$

Количество наклеиваемых на деталь датчиков зависит от количества точек, в которых одновременно необходимо определить главные напряжения, а также от возможностей измерительной аппаратуры.

Описание лабораторной установки

Лабораторная установка состоит из стальной балки-пластины с наклеенными розетками тензорезисторов, закрепленной на станине. На концах балки расположены подвески для гирь (рисунок 4.14).



1 – стальная балка-пластина; 2 – станина; 3 – грузы

Рисунок 4.14 – Схема лабораторной установки

На участке *BC* балка испытывает чистый изгиб. На этом участке наклеивают розетки тензодатчиков, составляющие различные углы с продольной осью балки (рисунок 4.15). На отдельную пластину, не испытывающую деформации, наклеивают компенсационные тензорезисторы. Отдельная пластина изготовлена из такого же материала, что и балка, и располагается в зоне проведения опыта.

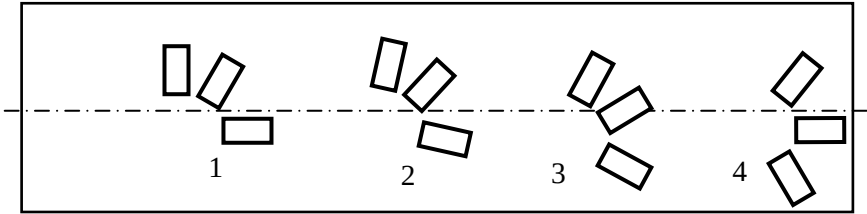


Рисунок 4.15 – Способы наклеивания розеток тензодатчиков на средний участок балки

При чистом изгибе деформированное состояние поверхности среднего участка балки является однородным, поэтому тензорезисторы розеток можно считать расположенными в одной точке изучаемой поверхности балки.

Для измерения деформаций можно использовать тензометрическую систему СИИТ-3. Связь тензометров с измерительной системой осуществляется многожильным кабелем с использованием стандартных разъемов.

Порядок проведения опыта

1. После ознакомления с теоретическими основами темы «Чистый изгиб» составить таблицы для записей опытных и расчетных данных.

2. Ознакомиться с лабораторной установкой, определить размеры поперечного сечения и длину консолей балки. Включить в сеть измерительную систему.

3. Произвести тарировку измерительного прибора в единицах деформации, используя тензорезистор, наклеенный вдоль продольной оси балки (точка 1, рисунок 4.15). Вывести на правое табло измерительного прибора СИИТ-3 номер канала, не нагружая балку. Записать в таблицу измерений показание прибора, которое в дальнейшем принимают за начало отсчета.

4. Произвести ступенчатое нагружение балки до нагрузки $P = 50$ Н, располагая на подвеску каждой консоли одинаковые гири по 10 Н. Записать в таблицу измерений показания датчиков.

5. Определить максимальные напряжения в поперечном сечении балки при чистом изгибе для каждой ступени, пользуясь формулой

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{6 \cdot P \cdot a}{b \cdot h^2},$$

где P – нагрузка на консоль;

a – плечо силы;

b, h – размеры поперечного сечения балки.

6. Определить продольную деформацию в поверхностном слое балки, приняв значение модуля упругости стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}.$$

7. Построить график зависимости продольных деформаций от показаний продольного тензорезистора (показаний табло прибора) $\varepsilon = f(n)$. График зависимости представляет прямую линию, уравнение которой можно представить зависимостью:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 n,$$

где ε^0 – тарировочный коэффициент прибора в единицах относительной деформации (ЕОД).

8. Вычислить тарировочный коэффициент для каждой ступени нагрузки по формуле

$$\varepsilon^0 = \frac{\sum_{i=1}^m \varepsilon_i}{m},$$

где m – число ступеней (опытов).

Для прибора тарировочный коэффициент определяется как среднее значение по всем ступеням нагружения. Вычисления записать в таблицу измерений.

9. Определить расчетную деформацию ε_p для каждой ступени нагрузки и построить тарировочный график. Использовать тарировочный коэффициент ε^0 .

10. Получить задание у преподавателя по нагрузке балки и номера точек, в которых следует определить напряжения. Наибольшая нагрузка не превышает 50 Н.

11. Вывести на прибор СИИТ-3 номера каналов, к которым подключены тензодатчики заданных розеток напряжений. Балку при этом не нагружать. Записать в таблицу измерений начальные показания всех тензодатчиков n_0 .

12. Нагрузить балку требуемой нагрузкой, располагая одинаковые гири на каждую подвеску. Снять последовательно показания всех

тензодатчиков под нагрузкой. Результаты занести в таблицу измерений.

Содержание отчета

Отчет о проведенной лабораторной работе должен содержать:

- тему и цель лабораторной работы;
- схему установки и нагружения балки. На балке указать места наклейки тензодатчиков;
- таблицу измерений 4.10;
- таблицу вычислений 4.11 и расчеты, приводимые ниже. Вычисляют величины относительных деформаций, измеренных каждым тензодатчиком, с учетом знака разности показаний:

$$\varepsilon_{I-III} = \varepsilon^0 (n_i - n_0),$$

где ε^0 – тарировочный коэффициент прибора, принимаемый по таблице 4.10;

n_0 – начальное показание прибора без нагрузки;

n_i – показания тензодатчиков под нагрузкой.

Если по направлению оси тензометра материал детали испытывает растяжение, то показания датчика под нагрузкой будут больше начального значения. При сжатии материала в месте наклейки датчика показание будет меньше начального значения.

Таблица 4.10 – Тарировка тензорозеток

Нагрузка F , Н	0	10	20	30	40	50	Результат
Продольный датчик n_i							
$n = n_i - n_0$							
Теоретическое значение σ , МПа							
Теоретическое значение $\varepsilon = \sigma / E$							
$\varepsilon_i^0 = \varepsilon / n$							$\varepsilon^0 = \sum \frac{\varepsilon_i}{m}$
$\varepsilon_p = \varepsilon^0 n$							

Вычисляют по формулам (4.28) значения главных деформаций ε_1 и ε_2 и их направление (угол α). Определить по формулам главные напряжения:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 - \mu\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 - \mu\varepsilon_1); \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

При вычислении коэффициент Пуассона принимается $\mu = 0,3$. Все величины подставляются в формулы с учетом знаков. Вычисляют максимальные напряжения в поперечном сечении балки при изгибе и сравнивают их значения с экспериментальными показаниями. Определяют отклонения теоретических результатов от опытных показаний:

$$\Delta_{\sigma} = \left| \frac{\sigma_T - \sigma_{ОП}}{\sigma_T} \right| \cdot 100\%.$$

Заполняют таблицу измерений 4.11.

Таблица 4.11 – Результаты измерений и расчетов

Нагрузка F , кН						
Точка исследования	точка №			точка №		
Тензосигнал/Тензорезистор	ε_I	ε_{II}	ε_{III}	ε_I	ε_{II}	ε_{III}
Без нагрузки n_o						
Под нагрузкой n_i						
$n = n_i - n_o$						
$\varepsilon_{I-III} = \varepsilon^0(n_i - n_o)$						
ε_x						
ε_y						
σ_1						
σ_2						
σ_1^T						
σ_2^T						

Контрольные вопросы

1. В чем заключается цель работы?
2. Какое напряженное состояние испытывает материал в изучаемых точках, находящихся на поверхности балки?
3. Что такое главные напряжения и главные деформации?
4. Объясните связь между главными деформациями и главными напряжениями при плоском напряженном состоянии.